

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

RUSSIAN ACADEMY OF  
SCIENCES

ИНСТИТУТ

ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО  
РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

NUCLEAR  
SAFETY INSTITUTE

Препринт № IBRAE-95-01

Preprint IBRAE-95-01

А.Е. Аксенова, П.Н. Вабищевич, В.В. Чуданов

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ТЕПЛООБМЕНА  
ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ  
С УЧЕТОМ  
ПЛАВЛЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ  
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЕЛ  
ОСТРОГРАДСКОГО И РЕЛЕЯ**

Москва  
1995

Moscow  
1995

Аксенова А.Е., Вабишевич П.Н., Чуданов В.В. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ПЛАВЛЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЕЛ ОСТРОГРАДСКОГО И РЕЛЕЯ. Препринт № ИВРАЕ-95-01. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 1995. 25 с.

#### Аннотация

В работе численно исследуется задача квазистационарной естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с учетом фазового перехода и изотермическими граничными условиями. Основной целью работы является получение корреляционных соотношений для распределения тепловых потоков на границы области в зависимости от чисел Рейля и Остроградского.

В численных исследованиях применена новая эффективная методика для решения нестационарных задач гидродинамики с теплопроводностью, которая проверена на широком классе тестовых задач. Полученные численные результаты проверялись на достоверность с помощью серии численных расчетов на последовательности сгущающихся сеток.

Эти результаты могут быть использованы для построения упрощенных моделей поведения расплава топливосодержащих масс в различных системах удержания.

©ИВРАЭ РАН, 1995

Aksenova A.E., Vabishchevich P.N., Chudanov V.V. NUMERICAL INVESTIGATION OF THE HEAT EXCHANGE IN A HEAT-GENERATING FLUID WITH MELTING AND SOLIDIFICATION DEPENDING ON OSTROGRADSKII AND RAYLEIGH NUMBERS. Preprint IBRAE-95-01. Moscow: Nuclear Safety Institute, 1995. 25 p.

#### Abstract

The quasisteady natural convection of a heat-generating fluid with phase changes in the enclosures of a square section with isothermal boundary conditions is investigated numerically in present work. The main goal of this paper is correlation relations for heat fluxes distribution at the domain boundaries depending on Rayleigh and Ostrogradskii numbers.

To solve unsteady problems of hydrodynamics with heat conductivity, new efficient numerical method, inspected at the wide set of test problem, was employed. The obtained numerical results were verified on reability via conducting of calculations on the sequence of the fine grids.

These results may be used for construction of simplified models describing the behaviour of a molten heat-generating masses (corium) in different retention system(core catcher).

©Nuclear Safety Institute, 1995

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ПЛАВЛЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЕЛ ОСТРОГРАДСКОГО И РЕЛЕЯ

*Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В.*

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

113191 Москва, ул. Б.Тулльская, 52

тел.: (095) 952-24-21, факс: (095) 230-20-29, эл. почта: pbl@ibrae.msk.su

## 1 Введение

Актуальность параметрического исследования естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями обусловлена необходимостью предсказания поведения расплава топливосодержащих масс (кориума) для различных сценариев гипотетических тяжелых аварий на атомных станциях [1] - [6]. В результате такой аварии возможно образование достаточно больших объемов расплава кориума как непосредственно внутри активной зоны, так и в нижней части корпуса реактора после стекания туда расплава. Наличие больших масс расплава в нижней части корпуса реактора может приводить к разрушению корпуса и, в то же время, при определенных режимах охлаждения возможно удержание расплавленного топлива внутри корпуса. В связи с этим, необходимо исследование механизмов теплопередачи в кориуме на основе более полной модели, учитывающей как естественно-конвективные течения, так и процессы плавления и затвердевания в кориуме.

Процесс разогрева кориума в корпусе реакторе определяется остаточным объемным тепловыделением, которое, в свою очередь, приводит к плавлению топлива и возникновению внутри расплава интенсивного вихревого течения, обусловленного архимедовыми силами. В этом случае основные характеристики тепло- и массопереноса в значительной степени определяются условиями при которых протекает процесс естественной конвекции, а именно: режимами охлаждения расплава на внешних границах, наличием или отсутствием фазовых превращений, свойствами расплава кориума и временем протекания процесса. Необходимо также учитывать процессы теплопроводности в корпусе и возможное плавление последнего. Полное решение проблемы теплового взаимодействия расплава кориума с корпусом реактора требует решения согласованной задачи теплообмена, а именно задачи естественной конвекции тепловыделяющей жидкости в частично или полностью расплавленном кориуме и задачи теплопроводности с учетом плавления корпуса реактора. Большинство ранее проводимых численных и экспериментальных исследований, обзор результатов которых представлен в [1], было посвящено изучению естественной конвекции тепловыделяющей жидкости без учета фазовых превращений, где основные характеристики теплопереноса определялись в зависимости от чисел Релея, Прандтля и аспектного отношения. Однако в рамках моделирования тяжелых аварий, в случае образования большого количества твердой фазы кориума, важно учитывать зависимость теплопередачи (среднее число Нуссельта) не только от числа Релея, но и от числа Остроградского. Последнее может быть определено как отношение среднего тепловыделения в объеме к среднему потоку в твердой фазе, а обратная величина —  $Os^{-1}$  может

рассматриваться как безразмерная температура фазового перехода. Заметим, что с увеличением числа Остроградского объем твердой фазы (корок) сокращается, а с уменьшением числа Остроградского наблюдается рост корок. Рассматривая результаты вышеназванных работ с точки зрения естественной конвекции тепловыделяющего расплава кориума, который образует корки вблизи охлаждаемых границ корпуса реактора, следует подчеркнуть, что эти зависимости соответствуют предельному случаю при достаточно больших числах Остроградского ( $Os \geq 10^4$ ). Однако, для реакторного случая, а именно, при удержания кориума в нижней части корпуса реактора оценка характерных чисел Остроградского изменяется в диапазоне от 100 до 1000.

Перенесение результатов этих исследований на изучение поведения расплава кориума в нижней части корпуса реактора предполагает, что наличие корок не вносит существенных изменений в распределение тепловых потоков. Такое допущение и соответствующая постановка проблемы требуют более детального изучения. Если же рассматривать эту проблему в рамках численного исследования естественно-конвективных течений в замкнутой полости с учетом замерзания и плавления кориума на охлаждаемых стенках, то в этом случае можно было бы опустить вышеназванное допущение, при условии корректировки имеющихся корреляционных зависимостей с учетом дополнительных безразмерных параметров. В данной работе делается попытка провести дополнительные численные исследования задачи естественной конвекции при учете плавления и замерзания тепловыделяющей жидкости. Это может быть актуально с точки зрения обобщения ранее полученных результатов и использования найденных новых критериальных зависимостей при анализе проблемы удержания расплава кориума в корпусе реактора.

В численных расчетах применен достаточно эффективный математический алгоритм для решения нестационарных задач гидродинамики и теплопроводности. Он позволяет провести большое количество параметрических численных расчетов для создания адекватной базы данных основных тепловых характеристик в зависимости от безразмерных параметров (число Релея и число Остроградского). Поскольку для рассматриваемой проблемы зависимость основных тепловых характеристик от числа Прандтля и аспектного отношения является менее значимой в сравнении с остальными параметрами, значения  $Pr$  и  $Asp$  принимаются равными единице.

Граничные условия в задаче удержания расплава кориума в корпусе реактора могут варьироваться в широком диапазоне. Так, например, при наличии охладителя на верхней поверхности расплава кориума граничные условия могут соответствовать большим числам Био (что, в свою очередь, приближается к изотермическим граничным условиям). Аналогично, в широком диапазоне чисел Био могут меняться граничные условия на боковой поверхности и на дне корпуса (с проплавлением и утоньшением корпуса число Био увеличивается). Таким образом, в рамках параметрических исследований важное место занимает изучение зависимостей тепловых характеристик от чисел Био на различных поверхностях. В этой работе круг численных расчетов ограничивается только задачами с изотермическими граничными условиями, что соответствует Био равному бесконечности.

В рамках вышеуказанных ограничений и предположений удалось получить ряд зависимостей для основных тепловых характеристик (числа Нуссельта, объемов жидкой и твердой фаз, средней температуры, и т.д.) в диапазоне чисел Остроградского ( $40 \div 1000$ ) и чисел Релея ( $10^8 \div 10^{12}$ ). Естественная конвекция при таких параметрах носит существенно нестационарный характер, что заставляет проводить расчеты до установления квазистационарного режима и делать осреднение вычисляемых величин по достаточно большой выборке временных результатов.

Полученные результаты представлены как в виде графиков и таблиц, так и с помощью функциональных зависимостей вида

$$Nu = C \cdot Os^n \quad \text{или} \quad Nu = C \cdot Ra^n,$$

$$10^8 \leq Ra \leq 10^{12}, \quad 40 \leq Os \leq 1000, \quad Pr = 1, \quad Asp < 1.$$

При этом необходимо отметить совпадение распределения тепловых потоков при больших числах Остроградского с полученными ранее в работах [3]- [6] с экспериментальными результатами для тепловыделяющей жидкости без учета плавления.

## 2 Математическая формулировка задачи

Рассматривается двумерная задача естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в полости квадратного сечения с граничными условиями третьего рода.

Пусть  $\Omega = \{x | x = (x_1, x_2), 0 < x_\alpha < 1, \alpha = 1, 2\}$  — область, в которой будем искать решение поставленной задачи. Введем следующее обозначение для границы фазового перехода  $S(t)$ :

$$S(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) = u_\ell\},$$

где  $u_\ell$  — температура фазового перехода.

Последняя разбивает область  $\Omega$  на две подобласти. Определим область, содержащую жидкую фазу вещества как  $D(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) > u_\ell\}$ , а область, содержащую твердую фазу вещества —  $D_0 = \Omega \setminus D$ . Задачу будем рассматривать в нестационарной постановке.

Для описания процессов тепло- и массопереноса в тепловыделяющей жидкости с однородным объемным источником тепла, с учетом фазовых превращений, используются нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска совместно с уравнением для температуры:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} \mathbf{v} + \operatorname{grad} p - \nu \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{v} - \beta g e u = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (2)$$

$$\left( c(u) + \lambda \delta(u - u_\ell) \right) \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} u \right) - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( k(u) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) = q, \quad (3)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T.$$

Без ограничения общности будем рассматривать случай постоянных коэффициентов теплоемкости и теплопроводности в твердой и жидкой фазах, неменяющихся при фазовом превращении.

Рассматриваемая область течения представляет собой замкнутую полость с неподвижными твердыми стенками, поэтому на границах полости  $\partial D$  задаются условия прилипания и непротекания вида:

$$\mathbf{v}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

В качестве тепловых условий выбраны граничные условия третьего рода, что позволяет моделировать различные режимы охлаждения границ полости:

$$k(u) \frac{\partial u}{\partial x} + h(u - u_w) = 0, \quad x = (x_1, x_2), \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2. \quad (5)$$

В силу того, что в начальный момент времени жидкость покоится и имеет равновесную температуру начальное условие для скорости имеет вид

$$\mathbf{v}(x, 0) = 0, \quad x \in D, \quad (6)$$

а начальное условие для температуры определяется соотношением

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (7)$$

Поскольку первоначально вся область представляет собой жидкую фазу вещества, то  $D(0) = \Omega$ .

Таким образом, соотношения (1)–(7) полностью описывают свободную конвекцию тепловыделяющей жидкости с учетом фазовых превращений в области  $\Omega$  на любой момент времени  $t > 0$ . Численное исследование вышеназванной задачи проводится в безразмерной постановке с помощью вычислительного алгоритма, использующего переменные “функция тока, вихрь скорости, температура”. Компоненты скорости определяются через функцию тока  $\psi(x, t)$  как:

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad (8)$$

поэтому условие несжимаемости (2) всегда выполнено. Для вихря скорости имеем соотношение

$$w = \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2}. \quad (9)$$

Учитывая соотношения (8),(9) из уравнения движения (1) для вихря скорости получим следующее выражение в безразмерных переменных

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_q}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (10)$$

$$x \in D, \quad 0 < t \leq T$$

с модифицированным числом Релея, получаемым по мощности теплового источника  $q$ . Уравнение (10) может быть переписано через безразмерное число Остроградского в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_u \text{Os}}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (11)$$

где использовано число Релея, определяемое по характерному перепаду температур

$$\text{Ra}_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$$

и число Остроградского определяется с помощью соотношения

$$\text{Os} = \frac{q l^2}{k(u_\ell - u_w)}.$$

Здесь и далее будем использовать для безразмерных переменных те же обозначения что и для точных величин. Заметим, что везде далее по тексту под числом Релея  $\text{Ra}$  мы будем понимать модифицированное число Релея, получаемое по мощности теплового источника  $q$ ,  $\text{Ra}_q$ .

Из уравнения несжимаемости (2) будем иметь уравнение Пуассона для функции тока

$$-\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\alpha^2} = w, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T. \quad (12)$$

Уравнение энергии (3) в безразмерных переменных переписется в виде

$$\left(1 + \text{Ste} \chi_{s\ell}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)u\right) - \frac{1}{\text{Pr}} \left(\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2} + 1\right) = 0, \quad (13)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T,$$

где число Стефана определяется из соотношения  $\text{Ste} = \lambda/(c \cdot (u_s - u_\ell))$ , где

$$\chi_{s\ell} = \begin{cases} 1, & u \in (u_s, u_\ell), \\ 0, & u \notin (u_s, u_\ell). \end{cases}$$

Обезразмеривание здесь проведено по высоте полости  $l$ , коэффициенту кинематической вязкости  $\nu$  и величине  $q l^2/k$ , пропорциональной перепаду температуры.

Система уравнений (11)–(13) дополняется граничными и начальными условиями, вытекающими из (4)–(7). Условия прилипания и непротекания (4) на границе единичного квадрата  $\Omega$  дают соотношения

$$\psi(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T, \quad (15)$$

где  $n$  — внешняя нормаль к  $\partial D$ .

Из условия (6) имеем

$$\psi(x, 0) = 0, \quad x \in D. \quad (16)$$

Граничные условия конвективного теплообмена (третьего рода) в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \text{Bi} u = 0, \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2. \quad (17)$$

Начальное условие для температуры остается без изменений.

### 3 Метод решения

Для нахождения приближенного решения задачи плавления и затвердевания применяются различные вычислительные алгоритмы [7]. В этой работе для получения приближенного решения задачи (11)–(17) с расчетом поля течения в изменяющейся области  $D(t)$  используется вариант метода фиктивных областей с продолжением по младшим коэффициентам [8]. Реализация разностной схемы расщепления [9] основана на решении сеточных эллиптических задач на каждом шаге по времени. Подобный подход хорошо зарекомендовал себя при решении задач свободной конвекции тепловыделяющей жидкости, что подтверждает совпадение полученных результатов с экспериментальным [2, 10] и численно-экспериментальным [11, 12] исследованиями для различных граничных условий и геометрий расчетной области. Результаты тестирования вычислительного алгоритма для задачи свободной конвекции тепловыделяющей жидкости опубликованы в работах [13, 14]. Кроме того, некоторые из результатов, касающиеся исследования периодической естественной конвекции в замкнутой полости прямоугольного сечения, представлены в статье [15].

### 4 Результаты численного моделирования

Численные расчеты задачи естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в квадратной камере были выполнены на Sun 4/80 (Sparc Station 10). Параметрическое исследование влияния основных безразмерных параметров задачи на особенности конвективного теплообмена было проведено в следующем диапазоне их значений:  $10^8 \leq \text{Ra} \leq 10^{12}$ ,  $40 \leq \text{Os} \leq 10^3$ ,  $\text{Bi} = \infty$ ,  $\text{Ste} = 0$ ,  $\text{Pr} = 1$ ,  $\text{Asp} = 1$ .

Исследование режимов конвекции в расплавленном топливе показывают [1], что структура течения и, как следствие, теплопередача в корнуме зависит от режима конвекции, определяемого, главным образом, числом Релея и режимами охлаждения на внешних границах. В этой работе рассматриваются осциллирующий и переходный к турбулентному режимы течения. Как известно из [11], осциллирующему режиму соответствуют значения числа Релея  $10^8 \div 10^9$ , поэтому в качестве нижней границы диапазона изменений числа Релея было выбрано значение  $10^8$ . Верхний предел диапазона определялся исходя из нескольких соображений. Оценка числа  $\text{Ra}$ , соответствующего условиям в реакторе, дает значения начиная с  $10^{12}$  и выше, эти же величины справедливы и при моделировании экспериментальных установок, таких, например, как SCARABEE [18] и РАСПЛАВ [17]. В диапазоне изменений числа  $\text{Ra} > 10^{12}$  характер течения существенно турбулентен, поэтому при моделировании таких течений возникает необходимость использования адекватных моделей турбулентности. В литературе предлагаются различные способы моделирования турбулентных течений начиная с алгебраических моделей и кончая многочисленными  $(k - \epsilon)$ -моделями. Однако, как показывают результаты последних работ по турбулентности [19, 20], до сих пор не выработано единого мнения по вопросу какая из моделей турбулентности дает наиболее близкую к реальной картину происходящего при турбулентном режиме течения. Помимо сказанного выше, увеличение числа Релея предъявляет определенные требования к используемым в расчетах сеткам. Выбранное нами в качестве верхнего предела значение  $\text{Ra} = 10^{12}$  позволяет адекватно моделировать переходные к турбулентному режимы течения без использования каких-либо моделей турбулентности и очень подробных сеток. Расчеты проводились на сетке размера  $81 \times 81$  со сгущением вблизи границ рассматриваемой области адекватным размерам ячеек равномерных сеток  $161 \times 161$ ,  $321 \times 321$ . Увеличение числа Релея выше  $10^{12}$  требует применения более подробных сеток  $161 \times 161$ ,  $321 \times 321$  с одновременным сгущением вблизи границы.

При выборе диапазона изменения числа Остроградского мы руководствовались следующими положениями. В качестве минимальной нижней границы диапазона изменения числа Остроградского можно было бы указать значение  $Os \approx 16$ , характеризующее случай полного затвердевания расплава. Начиная с этой точки, с увеличением значения числа Остроградского режим течения, переходит от чисто теплопроводного режима к смешанному, кондуктивно-конвективному. При этом объем жидкой фазы начинает сильно нелинейно расти, достигая в точке  $Os = 40$  состояния, когда половину области занимает расплав, а половину — твердая фаза. Но поскольку в реакторном случае мало вероятно достижение полного затвердевания расплава, в качестве нижней границы было выбрано значение  $Os = 40$ . В качестве верхней границы диапазона было выбрано значение  $Os = 1000$ , соответствующее практически чистой конвекции, когда почти вся область занята жидкой фазой. Увеличение верхней границы диапазона не оказывает существенного влияния на изменение картины течения, поскольку с ростом числа Остроградского выше 1000 доля твердой фазы в области практически равна нулю. Кроме того, верхняя оценка числа Остроградского для реактора также дает 1000. Нижняя граница диапазона в реакторном случае оценивается величиной порядка  $Os = 100$ .

Как уже отмечалось выше, режимы конвекции в значительной степени определяются режимами охлаждения на внешних границах. Эти режимы моделируются с помощью задания числа Био. В реакторном случае интенсивный теплообмен с внешних границ корпуса соответствует конвективному теплообмену с высокими числами Био. Это обстоятельство в свою очередь позволяет интерпретировать условия теплообмена как изотермические граничные условия. Оценка диапазона изменения числа Био для реальных условий дает значения нижнего и верхнего пределов 100 и 600, соответственно, т.е. почти изотермические граничные условия. В представленной работе мы ограничились рассмотрением случая изотермических граничных условий, т.е.  $Bi = \infty$ .

Поскольку рассматривался квазистационарный режим течения, нас в данном случае не интересовала динамика распространения фронта плавления, определяемая с помощью числа Стефана. Поэтому численные расчеты проводились для случая  $Ste = 0$ . Число Прандтля во всех расчетах оставалось фиксированным и равным единице.

Расчеты проводились методом установления, до достижения квазистационарного решения. Вычисления прерывались при одновременном выполнении следующих условий:

1. производная по времени от средней в объеме температуры в норме  $L_2$  осциллирует вблизи нуля;
2. суммарное тепловыделение на боковые, верхнюю и нижнюю грани осциллирует вблизи единицы, поскольку в квадратной камере суммарное тепловыделение равно единице.

При обработке результатов основное внимание уделялось таким безразмерным параметрам как: интенсивность теплопередачи (локальное число Нуссельта) на боковые, верхнюю и нижнюю грани, суммарная теплопередача на все грани рассматриваемой области, средние температуры в жидкой фазе и во всей области, объем жидкой фазы, а также максимальным значениям локальных чисел Нуссельта на боковых гранях. Поскольку в процессе достижения квазистационарного решения указанные параметры осциллировали вблизи своих средних значений, проводилось осреднение вычисляемых величины по достаточно большой выборке временных результатов.

Достоверность получаемых результатов проверялась путем проведения расчетов на последовательности сгущающихся сеток со сгущением адекватным сеткам  $81 \times 81$ ,  $161 \times 161$ ,  $321 \times 321$ ,  $641 \times 641$  и сопоставлении получаемых решений на неизменяемость в рассматриваемом диапазоне параметров. Расчеты на последовательности сгущающихся сеток для числа Релея  $Ra = 10^{10}$  и числа Остроградского  $Os = 1000$  представлены в таблице 1.

Таблица 1:

| Размерность сетки | $Nu_{up}$ | $Nu_{sd}$ | $Nu_{dn}$ |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|
| 161 × 161         | 72.8227   | 52.3578   | 14.01160  |
| 321 × 321         | 70.5175   | 50.8786   | 14.7977   |
| 641 × 641         | 70.1275   | 49.8037   | 15.0749   |



## 4.1 Тестирование методики

Проводилось сопоставление результатов численных расчетов с экспериментальными корреляциями Штейнбернера [3]-[6]. На рисунке 1 показано распределение числа Нуссельта на верхнюю, боковую и нижнюю границы квадратной каверны.

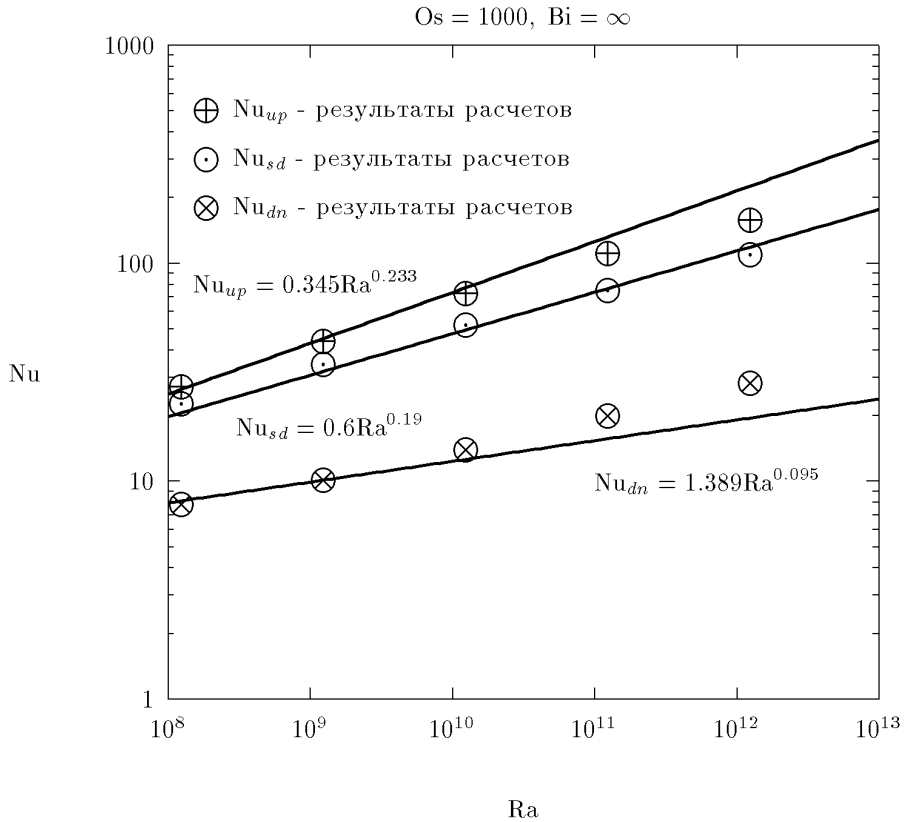


Рис.1: Распределение числа Нуссельта на верхней, боковой и нижней границах квадратной каверны.

Корреляции Штейнбернера представлены сплошными линиями и соответствуют числу Остроградского  $Os = \infty$ . Результаты численных расчетов обозначены маркерами, причем значения числа Нуссельта на верхней границе рассматриваемой области маркируются значком ⊕, для обозначения результатов расчетов на боковой поверхности используется значок ⊙, а на нижней поверхности — символ ⊗. Представленные на рисунке 1 результаты численных расчетов для значения числа Остроградского  $Os = 1000$  качественно совпадают с корреляциями Штейнбернера. Тестирование используемой в расчетах методики проводилось на задаче свободной конвекции тепловыделяющей жидкости в постановках аналогичных работам [11, 12]. В результате тестирования было получено хорошее согласование наших результатов с результатами представленными в этих численно-экспериментальных работах. Полученные результаты были опубликованы в материалах 21th Water Reactor Safety Meeting (USA) [13] и 4th International Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety (Taiwan) [14]. Кроме того, предложенная методика тестировалась на задаче естественной конвекции с подвижной границей раздела фаз. Было получено хорошее совпадение результатов расчетов с экспериментом, в котором исследовалось плавления чистого галлия [16]. Результаты тестирования методики приведены в материалах рабочей группы OECD [17].

## 4.2 Полученные результаты

Рассматривая результаты проведенных численных расчетов с точки зрения естественной конвекции тепловыделяющего расплава кориума, который образует корки вблизи охлаждаемых

границ корпуса реактора, представлялось важным оценить соотношение твердого и жидкого в рассматриваемой области. Указанное соотношение может оказывать существенное влияние на интенсивность выноса тепла к границам корпуса реактора. Так, в области со значительным количеством твердой фазы кориума интенсивность выноса тепла к границам корпуса заметно уменьшается, что способствует удержанию расплава внутри корпуса и увеличению “продолжительности жизни” последнего. В связи с этим было проведено исследование влияние чисел Остроградского и Релея на изменение доли жидкой фазы в процентном соотношении в диапазоне числа Остроградского  $16 < Os \leq 1000$  для различных значений числа Релея (см. рис. 2).

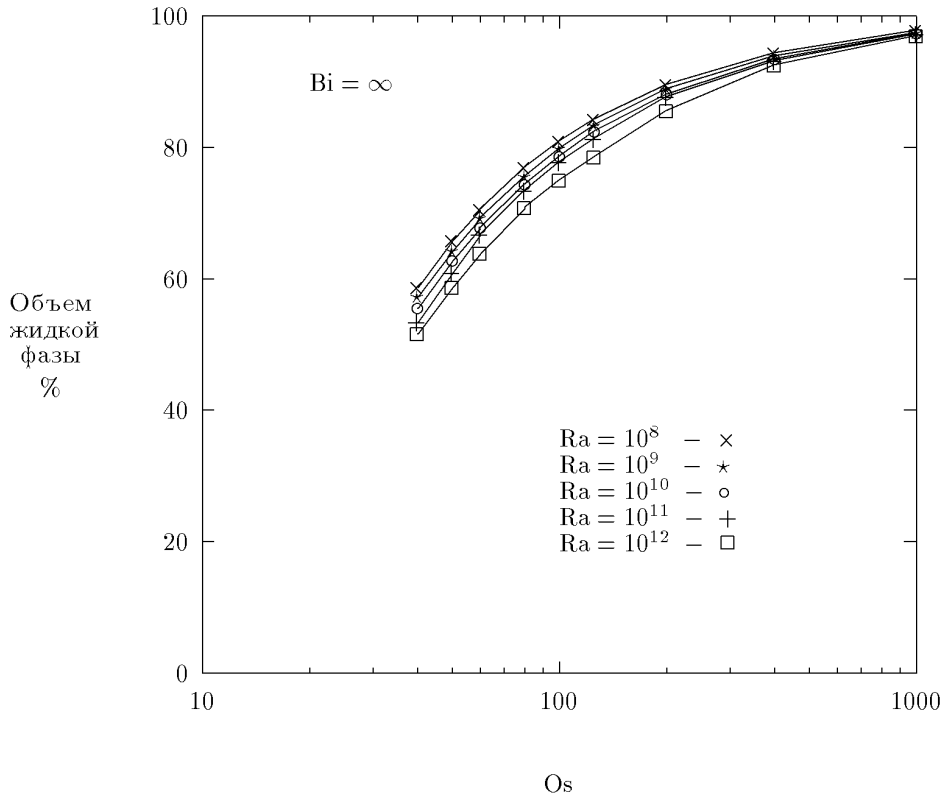


Рис.2: Объем жидкой фазы в процентах.

Как показывают результаты расчетов, малым значениям числа Остроградского ( $16 < Os < 40$ ) соответствуют большие объемы твердой фазы. Поэтому режим теплопередачи в указанной области носит преимущественно теплопроводный характер. В то же время, при значениях числа Остроградского выше 1000 определяющее значение в характере режима теплопередачи начинают играть конвективные процессы. В рамках моделирования естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями наибольший интерес для исследования представляет область со смешанным кондуктивно-конвективным режимом теплопередачи. Эта область определяется диапазоном изменения числа Остроградского от 40 до 1000, и характеризуется сильно нелинейным изменением объемов твердой фазы. Влияние числа Релея на изменение соотношения твердого и жидкого в рассматриваемой области не является столь существенным, как влияние числа Остроградского. Тем не менее, необходимо отметить тенденцию увеличения доли твердой фазы с ростом числа Релея в диапазоне изменения  $40 \leq Os \leq 1000$ .

Поскольку интенсивность теплопередачи во всей области определяется, главным образом, средними тепловыми потоками, приходящимися на границу области, было проведено исследование последних при варьировании числа Остроградского. На рисунке 3 показано распределение средних безразмерных тепловых потоков,  $Q = \frac{1}{l} \int_l \frac{\partial u}{\partial n} dl$ , на верхнюю, боковую

и нижнюю границы рассматриваемой области.

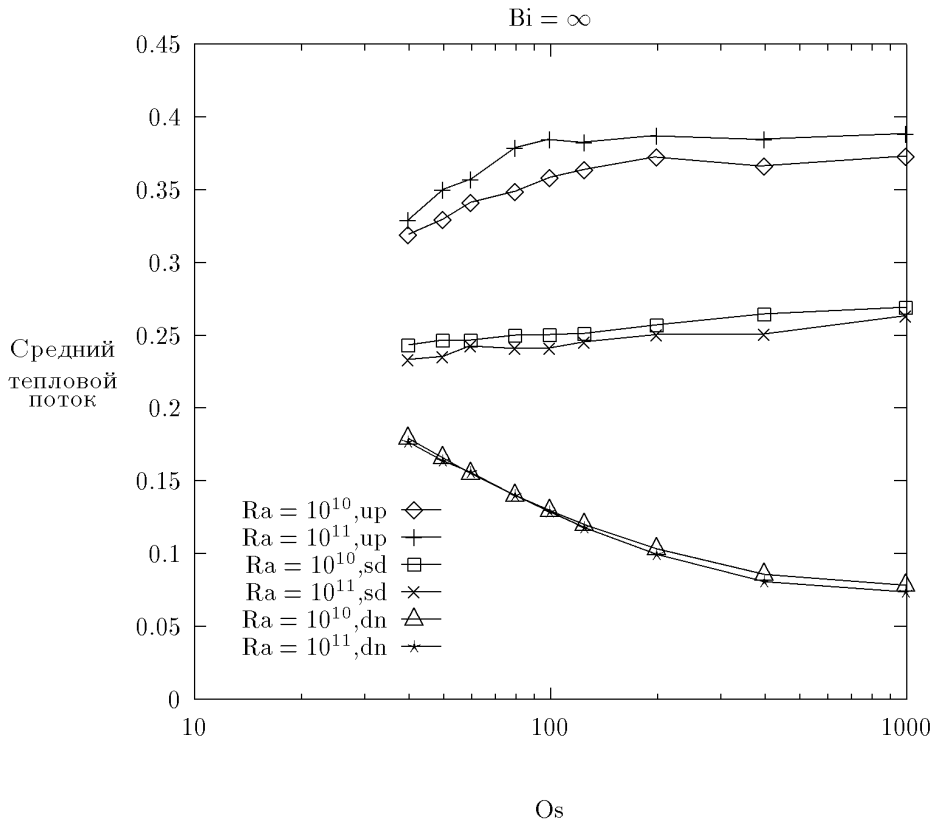


Рис.3: Средние тепловые потоки на верхней, боковой и нижней границах рассматриваемой области для чисел Релея  $Ra = 10^{10}, 10^{11}$ .

Как видно из этого рисунка, значения среднего теплового потока на границу области с увеличением числа Остроградского от 80 до 1000 для различных значений числа Релея практически не меняются. С уменьшением числа Остроградского от 80 до 40 доля среднего теплового потока стремиться к 0.25, что соответствует предельному кондуктивному режиму теплопередачи. Следовательно, можно предположить, что интенсивность выноса тепла к границам области определяется, в основном, температурой среды, а именно, отношением разностей средней температуры в жидкой фазе и температуры фазового перехода к средней температуре всей системы и температуры на границе области.

Дальнейшее исследование интенсивности теплопередачи в рассматриваемой области было сведено к оценке влияния числа Остроградского на соотношение интенсивности выноса тепла на границу твердой и жидкой фаз к интенсивности теплопередачи во всей области. В силу того, что изменения среднего теплового потока в области не значительны по сравнению с изменениями температуры в ней, исследуемое соотношение, с учетом равенства нулю безразмерной температуры на границе области, можно записать в виде:  $\zeta = (u_\ell - Os^{-1})/u_{av}$ . На рисунке 4 представлены графики изменения  $\zeta$  в зависимости от числа Остроградского для различных значений числа Релея.

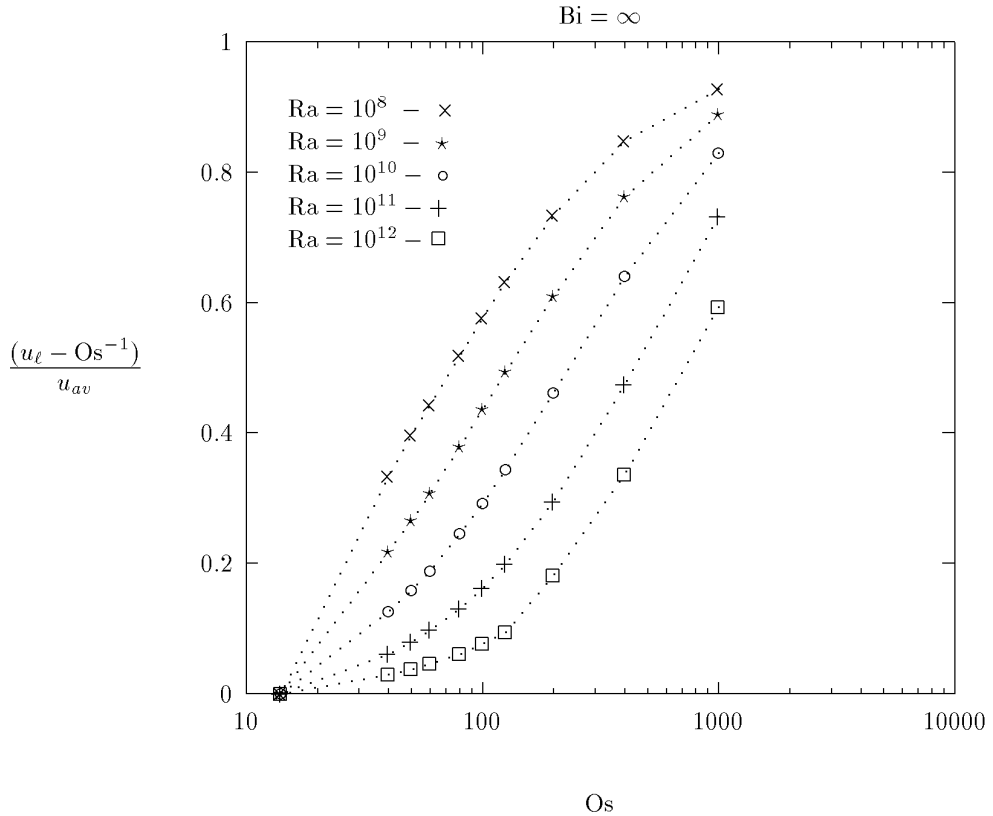


Рис.4: Соотношение интенсивностей выноса тепла на границу раздела фаз к теплопередаче во всей области.

Кривые  $\zeta(Os)$  выходят из одной точки, соответствующей состоянию перехода системы от чисто теплопроводного режима к смешанному кондуктивно-конвективному. Продвижение по диапазону изменения числа Остроградского в сторону увеличения  $Os$  приводит к возрастанию величины  $\zeta$  от нуля до единицы. При наличии корок, что определяется малыми значениями числа Остроградского, интенсивность выноса тепла в жидкой фазе всегда выше интенсивности во всей системе. Когда же доля твердой фазы стремится к нулю, происходит выравнивание интенсивностей выноса тепла на границу раздела фаз и на границу всей области. Равенство величины  $\zeta \approx 0.5$  соответствует двукратному превышению интенсивности выноса тепла в жидкой фазе в сравнении с интенсивностью теплопередачи на границу области. С уменьшением величины  $\zeta$  от 0.5 до 0 интенсивность отвода тепла от жидкой фазы к твердой начинает существенно, в 2 и более раз, превосходить интенсивность теплопередачи всей системы. В этом случае важную роль начинают играть кондуктивные механизмы теплопередачи через корку, что в свою очередь приводит к уменьшению интенсивности отвода тепла на границу области. Так, например, зная что интенсивность теплопередачи в жидкой фазе превосходит интенсивность теплопередачи всей системы в 5 раз, т.е.  $\zeta = 0.2$ , с помощью рисунка 4 можно указать соответствующий этим условиям диапазон изменения чисел Остроградского. Для Релеев изменяющихся от  $10^8$  до  $10^{12}$  величина  $\zeta$  принимает значение 0.2 в диапазоне чисел Остроградского от 28 до 250. Указанный диапазон изменения чисел Остроградского, как показывает график изменения объемов твердой фазы (рис.2), характеризуется значительными объемами твердой фазы. Таким образом, исследование интенсивности теплопередачи в такой области требует учета согласованного кондуктивно-конвективного режима теплопередачи. С увеличением числа Остроградского доля твердой фазы уменьшается до нуля, в результате чего происходит выравнивание интенсивностей выноса тепла к границам раздела фаз и на границу всей системы. Полное совпадение интенсивностей выноса тепла, т.е.  $\zeta = 1$  достигается при бесконечно больших числах Остроградского  $\gg 10^4$ . Гладкость приводимых кривых

позволяет проэкстраполировать указанные зависимости на случай более высоких значений числа Релея ( $10^{12} < Ra \leq 10^{14}$ ).

Необходимо также отметить различие в тенденциях роста величины  $\zeta$  для малых и больших чисел Релея. Так, при малых значениях числа Релея ( $Ra \leq 10^{10}$ ) вначале наблюдается стремительный рост величины  $\zeta$  в диапазоне изменения числа Остроградского  $16 < Os < 200$ . Как было показано ранее на рисунке 2, в указанном диапазоне изменения  $Os$  наблюдается сильно нелинейное возрастание объемов жидкой фазы, а следовательно сокращение объемов корок в области. Причем если для  $Os \approx 16$  вся область заполнена твердой фазой, то при  $Os = 200$  корки занимают только  $\approx 10\%$  всей области. В данном случае рост величины  $\zeta$  характеризует увеличение интенсивности выноса на границу области в сравнении с передачей тепла к коркам. Дальнейшее увеличение числа Остроградского ведет к снижению темпов роста величины  $\zeta$ , а при значениях  $Os > 400$  наблюдается стремление кривых к выполаживанию. Подобные тенденции объясняется выравниванием выноса тепла к твердой фазе и границам области в связи с практически полным отсутствием корок. Последнее подтверждается и изменением объемов жидкой фазы в рассматриваемой области, так в диапазоне  $200 < Os \leq 1000$  практически вся область заполнена жидкой фазой. Для чисел Релея  $> 10^{10}$  в диапазоне изменения числа Остроградского  $16 < Os \leq 100$  темпы роста величины  $\zeta$  малы, а при дальнейшем увеличении числа Остроградского они резко увеличиваются. Причем, наблюдается смещение начало пологого участка кривой для чисел Релея выше  $10^{10}$  в диапазоне изменения числа Остроградского  $Os > 1000$ .

Поскольку без рассмотрения поведения температурных характеристик процесса естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями картина происходящего в области была бы неполной, проводилось исследование влияния числа Остроградского на отношение средней безразмерной температуры рассматриваемой области к безразмерной температуре фазового перехода,  $u_{av}/Os^{-1}$ . Семейство кривых, описывающих влияние числа Остроградского на указанную величину при фиксированных значениях числа Релея, представлено на рисунке 5.

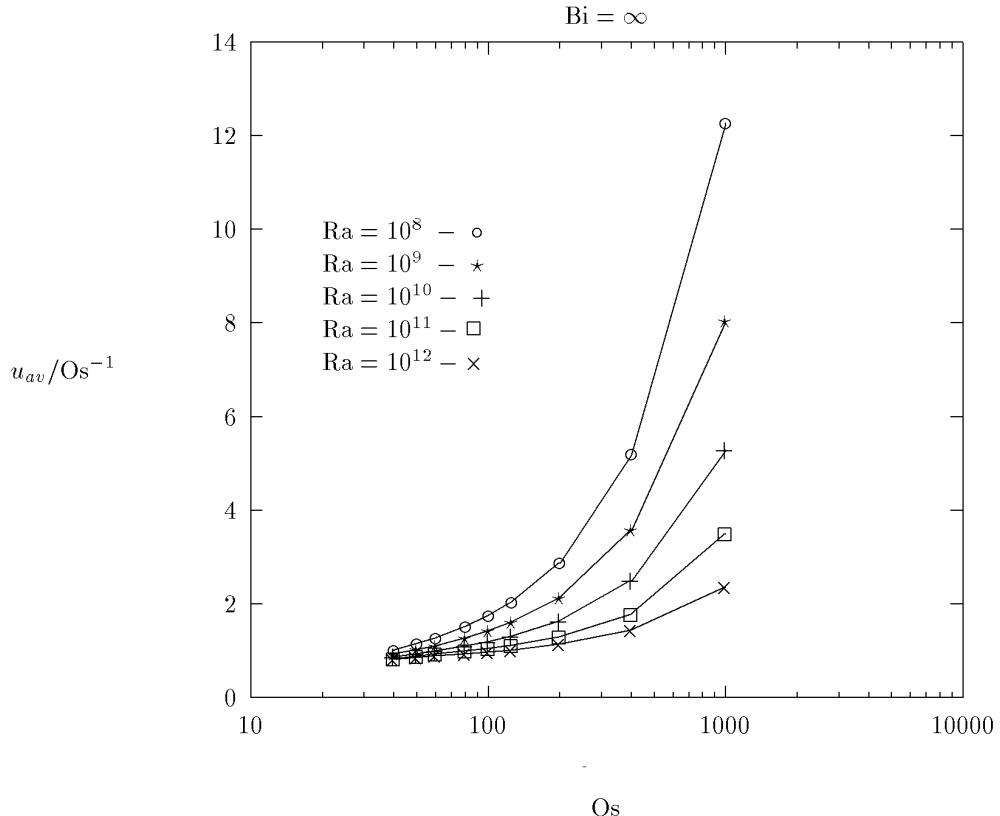


Рис.5: Изменение величин  $u_{av}/Os^{-1}$  в зависимости от числа Остроградского.

С продвижением по диапазону изменения числа Остроградского в сторону уменьшения  $Os$  наблюдается тенденция кривых к сгущению. Как уже отмечалось ранее, доля твердой фазы возрастает с уменьшением значения числа Остроградского, что и является объяснением указанного поведения кривых. С увеличением числа Остроградского доля жидкости в рассматриваемой области увеличивается и средняя температура области начинает значительно превосходить температуру фазового перехода. Причем, указанная тенденция усиливается с уменьшением числа Релея. Так, если для чисел Релея выше  $10^8$  и не превосходящих  $10^{10}$  исследуемая величина принимает значения от 12 до 5, соответственно, то для Релеев  $10^{11}, 10^{12}$  отношение средней температуры области к температуре фазового перехода не превосходит 3.5 и 2.2. Таким образом, отношение средней температуры расплава к температуре фазового перехода стремится к единице при увеличении числа Релея, что соответствует тенденции изменения средней температуры по закону близкому к  $1/Os$ .

Проводилось исследование влияния числа Остроградского на изменение среднего числа Нуссельта на границах рассматриваемой области. На рисунках 6 – 8 представлено распределение средних чисел Нуссельта для различных значений числа Релея на верхней, боковой и нижней стенках, соответственно. При возрастании значения числа Остроградского наблюдается увеличение интенсивности теплопередачи на границу области. Причем, если первоначально этот процесс линеен, то с ростом значения числа Остроградского наблюдается плавный переход к пологому участку. Начало указанного участка не может быть определено однозначно, поскольку с ростом числа Релея происходит смещение левой границы пологого участка в сторону увеличения числа Остроградского. Это означает, что граница перехода в чисто конвективный режим смещается в сторону увеличения  $Os$  с ростом значения числа Релея.

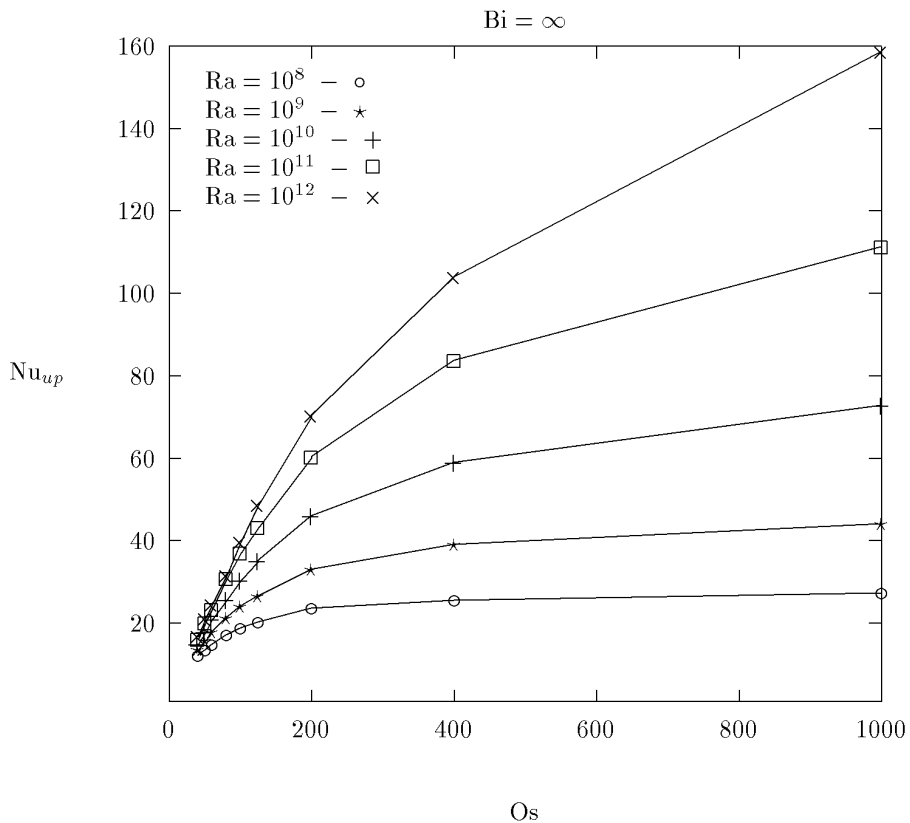


Рис.6: Распределение среднего числа Нуссельта на верхней поверхности квадратной каверны с изотермическими стенками.

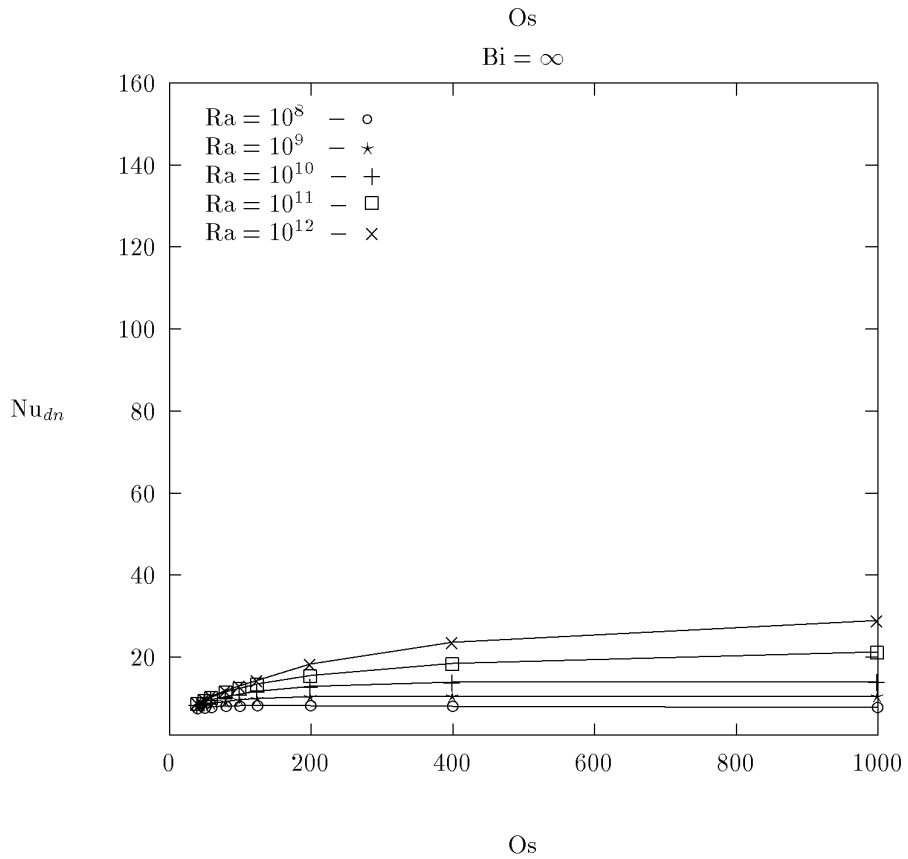
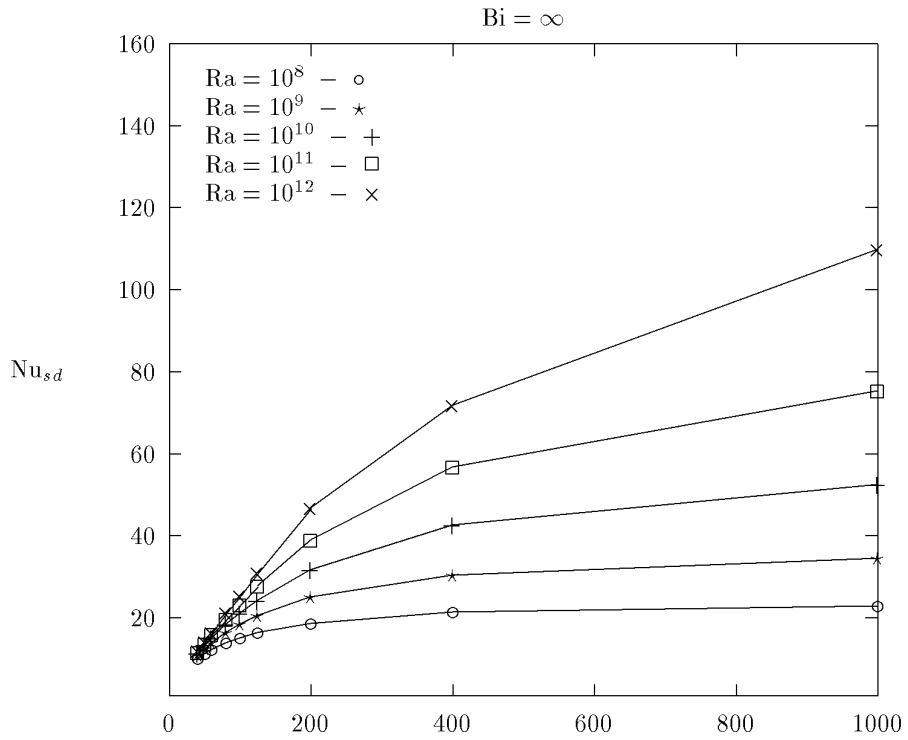


Рис.7,8: Распределение среднего числа Нуссельта на боковой и нижней поверхностях квадратной каверны с изотермическими стенками.

Важно получить соотношение максимальной величины теплового потока в сравнении с ее средним значением. Поскольку практически половина всего выделяемого в объеме тепла отводится на боковые стенки рассматриваемой области, исследовалось отношение локального максимального числа Нуссельта на боковой поверхности к его среднему значению, (см. рис.9).

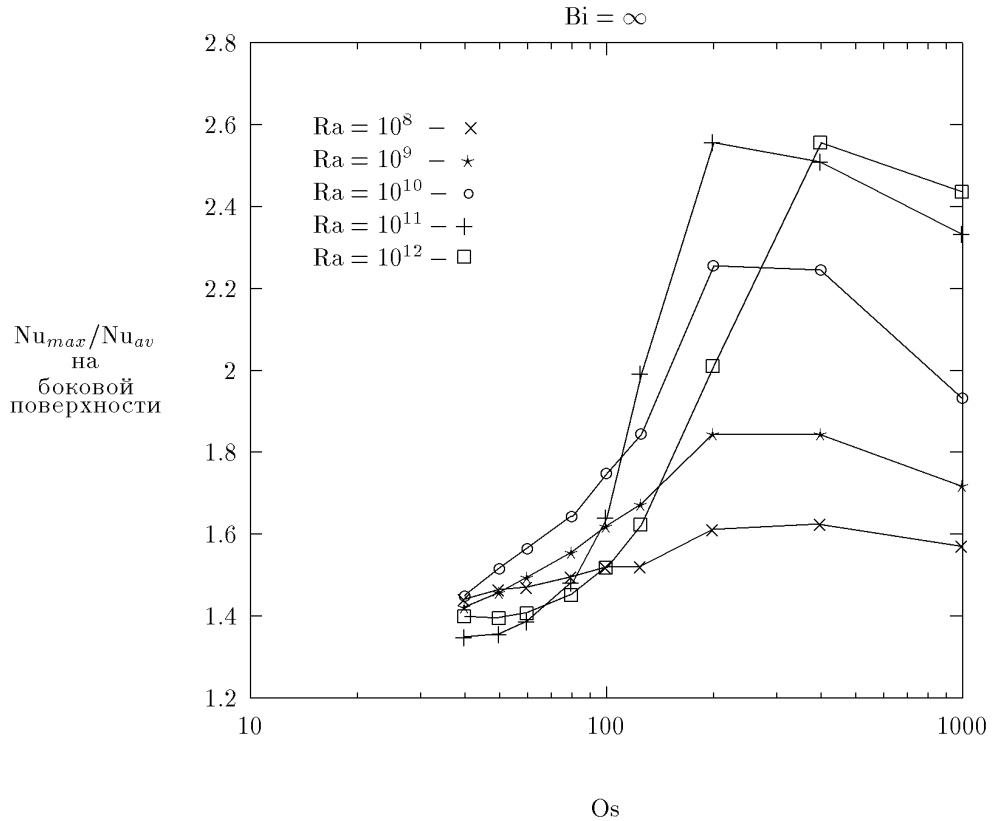


Рис.9: Изменение величины  $Nu_{max}/Nu_{av}$  на боковой поверхности каверны.

Результаты расчетов показывают, что в диапазоне изменения числа Остроградского от 16 до 400 наблюдается увеличение величины максимального безразмерного теплового потока по сравнению с его средним значением. С увеличением значения числа Остроградского выше 400 наблюдается сначала плавное, а затем более интенсивное снижение величины максимального локального числа Нуссельта на боковой поверхности и дальнейшее выполаживание этих кривых.

## 5 Корреляционные соотношения

В результате параметрических исследований естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями получен ряд корреляционных соотношений, которые имеют вид степенных зависимостей. Эти соотношения связывают основные безразмерные параметры задачи естественной конвекции, число Релея и число Остроградского, с такими характеристиками процесса как интенсивность теплопередачи (число Nu) на боковые, верхнюю и нижнюю грани рассматриваемой области. Получение корреляционных соотношений проводилось методом прямолинейной регрессии, когда с помощью метода наименьших квадратов определялись коэффициенты уравнения прямой линии, связывающей  $\log Nu$  с  $\log Os$  или  $\log Ra$ .

Для получения зависимостей вида  $Nu = C \cdot Os^n$  диапазон изменения числа Остроградского был условно поделен на два участка. Такое разбиение диапазона было обусловлено



предварительными результатами вычислений интенсивности теплопередачи ( $Nu$ ) на различных границах во всем диапазоне изменения числа Остроградского. Как видно из рис. 10, результаты численного эксперимента можно условно разделить на две группы, поскольку приближение одной линейной функцией во всем диапазоне не является удовлетворительным.

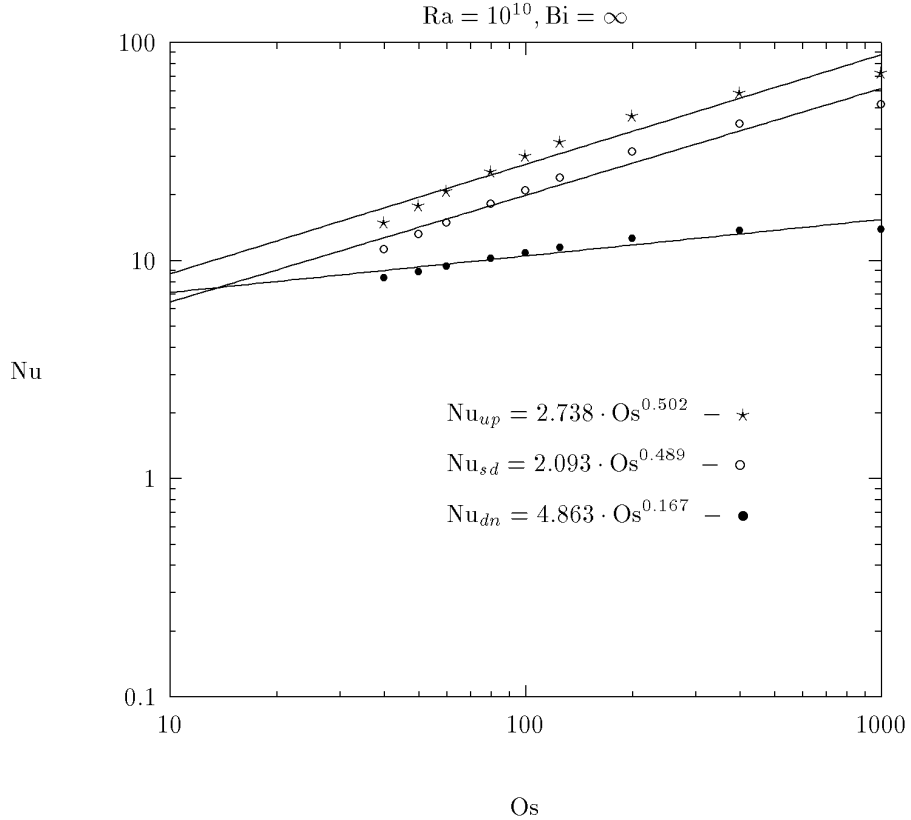


Рис.10: Корреляционные зависимости вида  $Nu = C \cdot Os^n$  для Релея  $Ra = 10^{10}$ .

Первая группа результатов принадлежит диапазону изменения числа Остроградского от 40 до 200, включая 200, вторая — диапазону от 200 до 1000, что указывает на необходимость подбора кусочно-линейной зависимости.

Таким образом, для получения указанной зависимости было проведено разбиение диапазона  $Os$  на следующие два участка. Первый участок включал в себя значения  $Os$  от 16 до 200. Ко второму участку были отнесены значения числа Остроградского  $> 200$  и не превышающие  $10^4$ . Ниже в таблицах 2 и 3 приведены значения параметров  $C$  и  $n$  для следующих критериальных зависимостей:  $Nu_{up}(Os)$ ,  $Nu_{sd}(Os)$ ,  $Nu_{dn}(Os)$ .

Таблица 2: Критериальные зависимости  $Nu(Os)$  при  $Os \leq 200$ .

| $\log Ra$ | $Nu = C \cdot Os^n$ |       |       |       |       |       |
|-----------|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | up                  |       | sd    |       | dn    |       |
|           | $C$                 | $n$   | $C$   | $n$   | $C$   | $n$   |
| 8         | 2.036               | 0.475 | 2.436 | 0.391 | 5.568 | 0.079 |
| 9         | 1.460               | 0.602 | 1.754 | 0.505 | 4.449 | 0.162 |
| 10        | 1.013               | 0.731 | 1.352 | 0.593 | 3.479 | 0.246 |
| 11        | 0.757               | 0.836 | 1.045 | 0.671 | 2.769 | 0.322 |
| 12        | 0.708               | 0.864 | 0.860 | 0.735 | 2.341 | 0.373 |

Таблица 3: Критериальные зависимости  $Nu(Os)$  при  $Os > 200$ .

| $logRa$ | $Nu = C \cdot Os^n$ |       |        |       |        |       |
|---------|---------------------|-------|--------|-------|--------|-------|
|         | up                  |       | sd     |       | dn     |       |
|         | $C$                 | $n$   | $C$    | $n$   | $C$    | $n$   |
| 8       | 20.590              | 0.038 | 16.880 | 0.041 | 7.323  | 0.016 |
| 9       | 28.123              | 0.059 | 21.194 | 0.064 | 7.684  | 0.047 |
| 10      | 38.154              | 0.079 | 28.271 | 0.076 | 13.079 | 0.009 |
| 11      | 44.709              | 0.116 | 28.442 | 0.127 | 14.618 | 0.041 |
| 12      | 36.069              | 0.194 | 25.197 | 0.192 | 17.048 | 0.063 |

Графики степенных зависимостей  $Nu(Os)$  для различных значений числа Рейля из диапазона  $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$  представлены на рисунках 11 – 15.

Необходимо отметить, что с ростом числа Рейля происходит изменение границ выделенных нами диапазонов. Так, если для  $Ra < 10^{10}$  весь диапазон чисел Остроградского поделен на два участка значением  $Os = 200$ , то для  $Ra = 10^{11}$  это значение равно 400, а для  $Ra = 10^{12}$  —  $Os \approx 500$ .

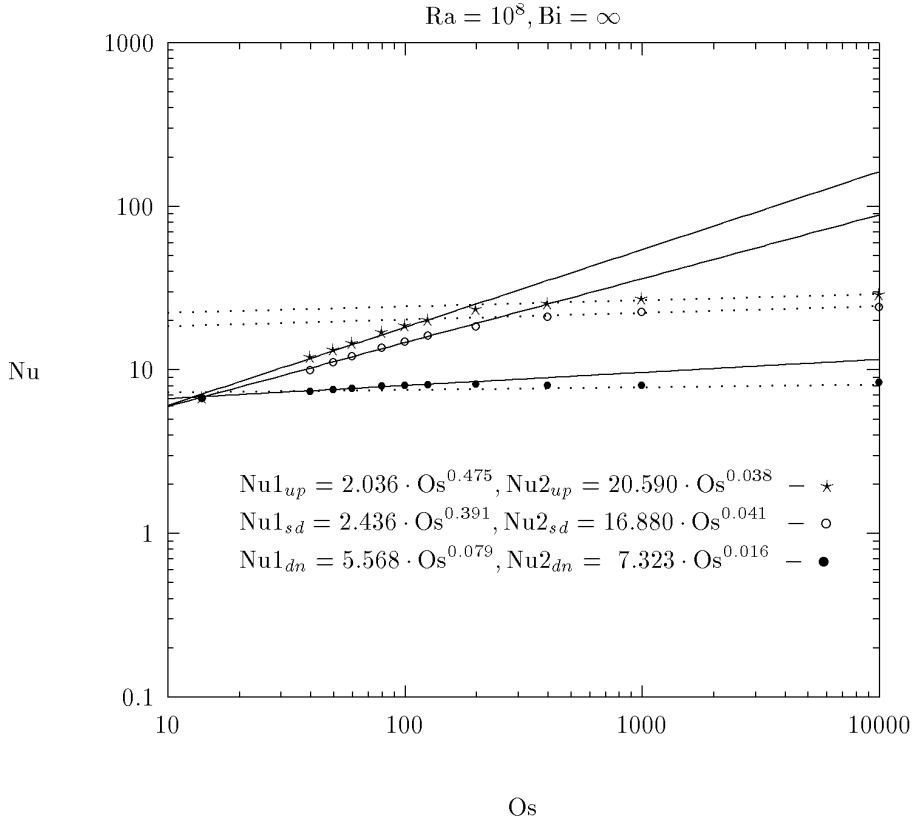


Рис.11: Корреляционные зависимости вида  $Nu = C \cdot Os^n$  для Рейля  $Ra = 10^8$ .





Зависимости вида  $Nu = C \cdot Ra^n$  были получены во всем диапазоне чисел Релея. В таблице 4 приводятся значения параметров  $C$  и  $n$  для критериальных зависимостей  $Nu_{up}(Ra)$ ,  $Nu_{sd}(Ra)$ ,  $Nu_{dn}(Ra)$  для чисел Остроградского, соответствующих реальным условиям, а именно  $Os = 1000, 400$  и  $200$ .

Таблица 4: Критериальные зависимости  $Nu(Ra)$ .

| Os   | $Nu = C \cdot Ra^n$ |       |       |       |       |       |
|------|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | up                  |       | sd    |       | dn    |       |
|      | $C$                 | $n$   | $C$   | $n$   | $C$   | $n$   |
| 1000 | 0.800               | 0.193 | 0.990 | 0.170 | 0.587 | 0.140 |
| 400  | 1.544               | 0.155 | 1.920 | 0.130 | 0.921 | 0.117 |
| 200  | 2.665               | 0.121 | 3.120 | 0.090 | 1.693 | 0.086 |

Графики степенных зависимостей  $Nu(Ra)$  представлены на рисунках 16 – 18. Для сравнения на рисунках приводятся графики корреляционных зависимостей, полученные Штейнберном [3] для чисел Остроградского  $Os \gg 10^4$ .

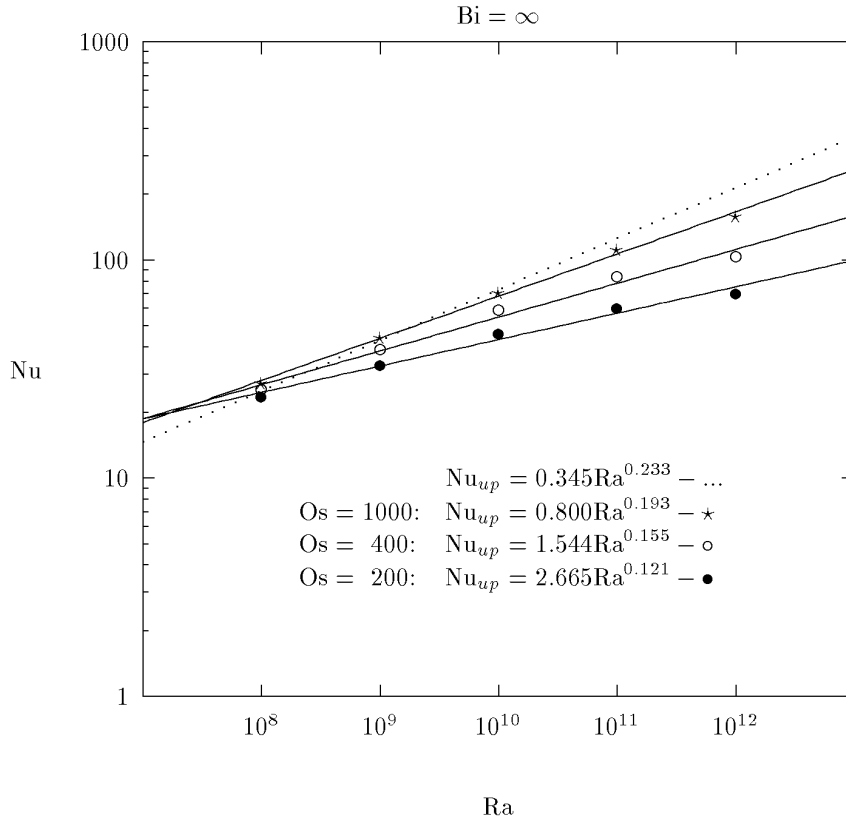


Рис.16: Корреляционные зависимости вида  $Nu_{up} = C \cdot Ra^n$ .

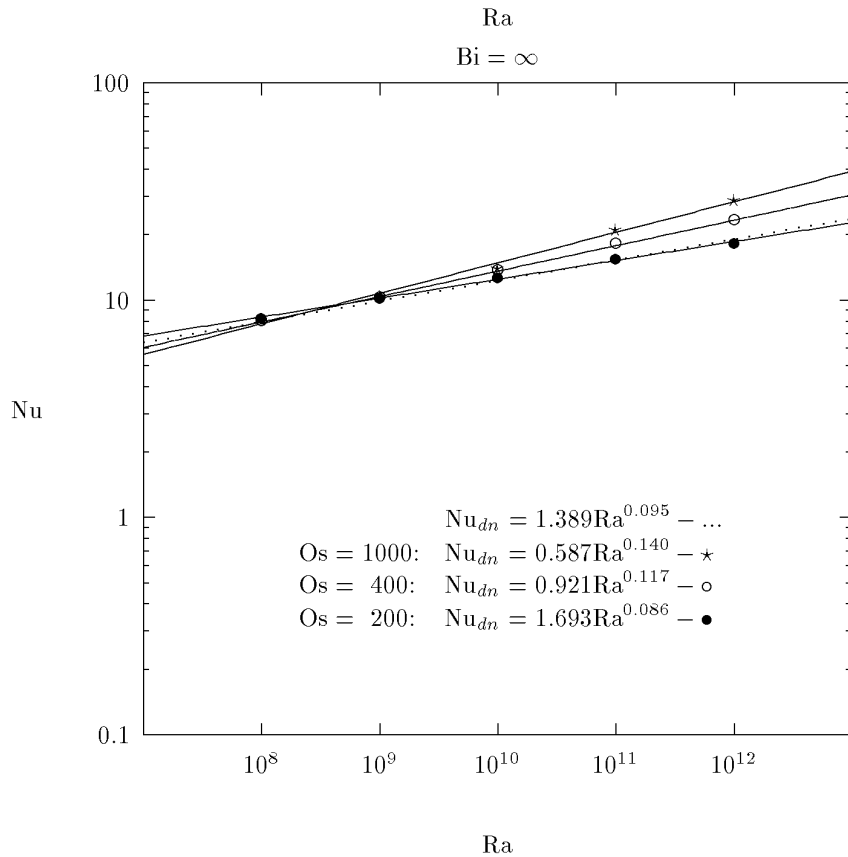
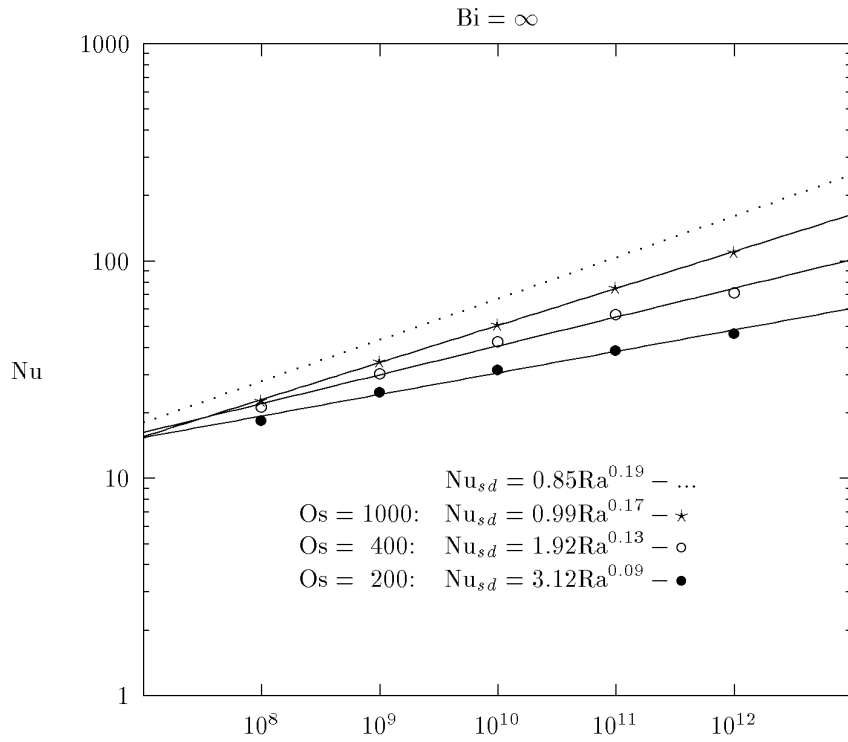


Рис.17,18: Корреляционные зависимости вида  $Nu_{sd} = C \cdot Ra^n$  и  $Nu_{dn} = C \cdot Ra^n$  для чисел Остроградского  $Os = 200, 400, 1000$ .

## 6 Выводы

В результате параметрических численных исследований основных закономерностей тепло- и массопереноса тепловыделяющей жидкости с учетом фазовых превращений в квадратной каверне с изотермическими границами можно заключить следующее:

1. Получены графики изменения объемов твердой и жидкой фаз в зависимости от чисел Остроградского и Релея и показано, что в диапазоне чисел Остроградского от 40 до 1000 наблюдается сильное изменение объема твердой фазы, тогда как для чисел Релея  $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$  при фиксированном числе Остроградского изменение объемов не значительно;
2. Обнаружено, что в диапазоне чисел Остроградского больше 80 средние тепловые потоки на боковые грани изменяются незначительно, в то время как средняя температура во всей области сильно зависит от числа Остроградского в этом же диапазоне. Кроме того, при числах Релея больше  $10^{12}$  существует тенденция изменения средней температуры во всей области по закону  $1/Os$ ;
3. Получено семейство кривых  $\zeta = (u_\ell - Os^{-1})/u_{av}$  в диапазоне чисел Остроградского от 40 до 1000 и для Релеев  $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$ , которое позволяет указать диапазон безразмерных параметров для заданного соотношения интенсивностей теплопередачи и, наоборот, по заданному диапазону безразмерных параметров определить величину интенсивности теплопередачи;
4. Гладкость полученных кривых  $\zeta(Os, Ra)$  позволяет провести экстраполяцию величины  $\zeta$  на область более высоких чисел Релея в выбранном диапазоне чисел Остроградского;
5. Для рассматриваемой задачи естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в квадратной каверне с изотермическими граничными условиями получены графики зависимости средних значений числа Нуссельта на соответствующие грани рассматриваемой области. Кроме того, показано что отношение максимального локального Нуссельта к его среднему значению на боковой поверхности в исследуемом диапазоне безразмерных параметров имеет достаточно явно выраженный максимум при значении  $Os \approx 200$ ;
6. Были получены новые корреляционные зависимости  $Nu(Os)$  в виде  $Nu = C \cdot Os^n$ , которые могут оказаться важными при разработке корреляционных точечных моделей удержания расплава топливосодержащих масс;
7. Проведенные исследования позволяют сделать вывод о необходимости рассмотрения согласованной задачи тепло- и массообмена с учетом фазовых превращений при моделировании задачи конвекции тепловыделяющей жидкости с учетом процессов плавления и замерзания в выбранном диапазоне безразмерных параметров.

## References

- [1] Kelkar K.M., Schmidt R.C. and Patankar S.V., Numerical analysis of laminar natural convection of an internally heated fluid in a hemispherical cavity, *Proceedings, International Heat Transfer Conference*, San Diego, 1991, pp.355–364.
- [2] Kulacki F.A. and Emara A.A., Steady and transient convection in a fluid layer with uniform volumetric energy sources, *J. Fluid Mech.*, 1977, Vol.83, pt.2, pp.375–395.
- [3] Mayinger F.X., Jahn M., Reineke H.H. and Steinbrenne V., Examination of Thermohydraulic Processes and Heat Transfer in a Core Melt, Federal Ministry for Research and Technology, Final Report BMFT RS 48/1, Institut fur Verfahrenstechnik der T.U., Hanover FRG, (in German), 1976.
- [4] Kulacki E.A., Review and Evaluation of ‘Examination of Thermohydraulic Processes and Heat Transfer in a Core Melt’, by Mayinger, Jahn, Reineke, and Steinbrenner. Letter Report prepared for U.S.N.R.C. under contract AT(49-24)-0149, Mar.31, 1976.
- [5] Steinbrenner U. and Reineke H.H., Turbulent Bouyancy Convection Heat Transfer with Internal Heat Sources, *Proceedings, 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Paper NC-21, Toronto(Canada), 1978, Vol.2, pp.305–310.
- [6] Mayinger F.X., Fritz P., Reineke H.H. and *et. all*, Theoretical and Experimental Research on the Behavior of a Core Melt on Reactor Containment and on the Basement Concrete, Bundesministerium fuer Forschung und Technologie. FT-FB (RS 166-79-05), Bonn FRG, (in German), 1980.
- [7] A.A. Samarskii, P.N. Vabishchevich, O.P. Iliev and A.G. Churbanov, Numerical simulation of convective/diffusion phase change problems - a review, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 17, pp. 4095–4106, 1993.
- [8] Вабищевич П.Н., Метод фиктивных областей в задачах математической физики, Москва, Из-во МГУ, 1991.
- [9] Вабищевич П.Н., Макаров М.М., Чуданов В.В. и Чурбанов А.Г., Численное моделирование конвективных течений в переменных “функция тока, вихрь скорости, температура”, ИММ РАН, Препринт No. 28, Москва, 1993.
- [10] Lee J.-H. and Golstein R.J., An experimental study on natural convection heat transfer in an inclined square enclosure containing internal energy sources, *ASME J. Heat Transfer*, 1988, Vol.110, pp.345–349.
- [11] Jahn M. and Reineke H.H., Free convection heat transfer with internal heat sources, calculations and measurements, *Proceedings, 5th Int. Heat Transfer Conf.*, Tokyo(Japan), 1974, pp.74–78.
- [12] May H.-O., A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1991, Vol.34, pp.919–928.
- [13] Chudanov V.V., Churbanov A.G., Strizhov V.F. and Vabischevich P.N., Current Status and Validation of RASPLAV Code, *Proceedings, 21st Water Reactor Safety Meeting*, Washington(USA), 1993.
- [14] Bolshov L.A., Arutyunyan R.V., Chudanov V.V., Aksenova A.E. and *et. all*, Numerical study of natural convection of a heat-generating fluid in nuclear reactor safety problems, *Proceedings, 4th International Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety*, Taipei(Taiwan), 1994.
- [15] A.G. Churbanov, P.N. Vabishchevich, V.V. Chudanov, and V.F. Strizhov, A numerical study of natural convection of a heat-generating fluid in rectangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 18, pp. 2969–2984, 1994.
- [16] Voller V. and Swaminathan C., Fixed grid solution of phase change problems, *J. of Theoretical and Applied Mechanics*, Sofia, 1992, Year XXIII, Vol.2, pp.30–40.



- [17] Aksenova A.E., Chudanov V.V., Churbanov A.G. and *et. all*, Molten Pool Behavior in the Lower Head, *Proceedings, Workshop on Large Molten Pool Heat Transfer*, France, 1994, pp.321–345.
- [18] Kayser G., The SCARABEE BF1 Experiment with a Molten UO<sub>2</sub> Pool and its Interpretation, *Proceedings, Workshop on Large Molten Pool Heat Transfer*, France, 1994, 207–227.
- [19] Jones W.P. and Launder B.E., The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972, Vol.15, pp.301–314.
- [20] Ince N.Z. and Launder B.E., On the Computational of Buoyancy-Driven Turbulent Flows in Rectangular Enclosures, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1989, Vol.10, No.2, pp.110–117.
- [21] O'Brien J.E. and Hawks G.L., Thermal Analysis of a Reactor Lower Head with Core Relocation and External Boiling Heat Transfer. // *Heat Transfer-Minneapolis, AIChE Symposium Series*, 1991, Vol.97, No.283, pp.159–168.

### Номенклатура

$\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  - вектор скорости

$Nu = -(grad\ u)$  - локальное число Нуссельта

$p$  - нормализованное на плотность давление

$Pr = \frac{\nu}{a}$  - число Прандтля

$g$  - ускорение свободного падения

$Ra_q = \frac{\beta g q l^5}{a \nu k}$  - модиф. число Релея

$u$  - отклонение температуры от равновесной

$Ra_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$  - число Релея

$\nu$  - кинематическую вязкость

$Os = \frac{q l^2}{k (u_\ell - u_w)}$  - число Остроградского

$\beta$  - коэффициент объемного расширения

$Ste = \frac{\lambda}{c (u_s - u_\ell)}$  - число Стефана

$\mathbf{e} = (0, 1)$  - вектор, определяющий направление выталкивающей силы

$Bi = \frac{h l}{k}$  - число Био

$q$  - мощность однородного теплового источника

$\delta$  - дельта-функция

$\lambda$  - энтальпию фазового перехода

$c$  - коэффициент теплоемкости

$k$  - коэффициент теплопроводности

$Asp = l/x$  -аспектное отношение

$Nu = \frac{1}{l} \int_l \frac{Nu}{u_{av}} dl$  - среднее число Нуссельта

$l$  - высота полости

$u_{av} = \frac{1}{V} \int_V u dV$  - средняя температура

$x$  - ширина полости

$h$  - коэффициент теплопередачи

$u_\ell$  - температура фазового перехода

$u_w$  - температура стенки

$\rho$  - плотность

$a = \frac{k}{\rho c}$  - коэффициент температуропроводности

$Q = \frac{1}{l} \int_l Nu dl$  - средний тепловой поток

### Подиндексы

$up$  - верхняя поверхность

$sd$  - боковая поверхность

$dn$  - нижняя граница

$av$  - среднее значение

$max$  - максимальное значение