

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

RUSSIAN ACADEMY OF
SCIENCES

ИНСТИТУТ

ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО
РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

NUCLEAR
SAFETY INSTITUTE

Препринт № IBRAE-95-04

Preprint IBRAE-95-04

А. Е. Аксенова, П. Н. Вабищевич, В. В. Чуданов

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ
ПОВЕДЕНИЯ
ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ
С УЧЕТОМ
ЗАТВЕРДЕВАНИЯ**

Москва
1995

Moscow
1995

Аксенова А.Е., Вабишевич П.Н., Чуданов В.В. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ ТЕПЛОУДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ. Препринт № ИБРАЕ-95-04. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 1995. 21 с.

Аннотация

В работе численно исследуется задача квазистационарной естественной конвекции теплоуделяющей жидкости с учетом затвердевания. Основной целью работы является исследование поведения величины, характеризующей изменение максимального теплового потока на боковую поверхность по сравнению с его средним значением, а также распределение теплового максимального теплового потока на боковой поверхности для различных чисел Релея и Остроградского.

В численных исследованиях применена новая эффективная методика для решения нестационарных задач гидродинамики с теплопроводностью, которая проверена на широком классе тестовых задач. Полученные численные результаты проверялись на достоверность с помощью серии численных расчетов на последовательности сгущающихся сеток.

Эти результаты могут быть использованы для построения упрощенных моделей поведения расплава топливосодержащих масс в различных системах удержания.

©ИБРАЭ РАН, 1995

Aksenova A.E., Vabishchevich P.N., Chudanov V.V. NUMERICAL INVESTIGATION OF THE SOME SINGULARITIES OF A HEAT-GENERATING FLUID BEHAVIOR WITH REGARD TO SOLIDIFICATION (in Russian). Preprint IBRAE-95-04. Moscow: Nuclear Safety Institute, 1995. 21 p.

Abstract

The quasisteady natural convection of a heat-generating fluid with regard to solidification is investigated numerically in present work. The main goal of this paper is investigation of value characterizing of maximum heat flux changes on the lateral surface with comparison to its average value and distribution of maximum heat flux on the side wall for different Rayleigh and Ostrogradskii numbers.

To solve unsteady problems of hydrodynamics with heat conductivity, new efficient numerical method, inspected at the wide set of test problem, was employed. The obtained numerical results were verified on reability via conducting of calculations on the sequence of the fine grids.

These results may be used for construction of simplified models describing the behaviour of a molten heat-generating masses (corium) in different retention system(core catcher).

©Nuclear Safety Institute, 1995

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ

А. Е. Аксенова, П. Н. Вабищевич, В. В. Чуданов

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

113191 Москва, ул. Б.Тульская, 52

тел.: (095) 952-24-21, факс: (095) 230-20-29, эл. почта: pbl@ibrae.msk.su

1 Введение

В работе численно исследуется поведение распределения теплового потока на боковой поверхности квадратной каверны заполненной тепло выделяющей жидкостью с учетом охлаждения на сторонах каверны. Проводится оценка величины $NU = Nu_{max}/Nu_{av}$, характеризующей изменение максимального теплового потока на боковую поверхность области Nu_{max} в сравнении с его средним значением Nu_{av} , а также оценивается поведение максимумов теплового потока на боковой поверхности рассматриваемой области для различных значений чисел Остроградского и Релея.

Подтверждением актуальности изучения поведения величины NU при различных числах Остроградского и Релея может служить анализ последствий аварии ТМІ-2. Результаты международной комиссии по оценке последствий происшедшего на ТМІ-2 [1] указывают на то обстоятельство, что на определенной стадии аварии происходит образование блокады из корки, сформировавшейся на уровне охладителя. Поверх этой блокады скапливается слой обломков топлива, которые в дальнейшем плавятся и превращаются в достаточно большую расплавленную область, 'molten pool'. В результате повторного залива охладителя происходит формирование корки сверху и по бокам расплавленной области, т.е. расплав оказывается заблокированным корками со всех сторон. Естественно-конвективные процессы происходящие в тепло выделяющей 'molten pool' приводят к перераспределению тепловых потоков на твердые стенки (корки), окружающие область. Поэтому, в местах локализации максимального теплового потока вероятнее всего ожидать проплавление и разрушение корок окружающих 'molten pool', что и наблюдалось в случае аварии на ТМІ-2 [1]. Как показывают результаты численных исследований [2], доля твердой фазы в области в значительной степени определяется числом Остроградского. Поэтому можно предположить, что в 'molten pool' развитие естественной конвекции тепло выделяющей жидкости, которая ведет к перераспределению тепловых потоков на твердые стенки, будет характеризоваться не только числами Релея и Прандтля, но и числом Остроградского. Подобное утверждение требует проведения более подробного исследования поведения максимального теплового потока для более широкого набора безразмерных параметров (Ra, Pr, Os) при различных режимах теплопередачи [2].

Необходимость проведения численных исследований по изучению распределения тепловых потоков на боковых стенках области в зависимости от таких безразмерных параметров как числа Релея и Остроградского вызвана также тем фактом, что имеющиеся в литературе корреляционные зависимости как теоретические, так и экспериментальные в основном отражают соотношение средних величин, таких, например, как среднее значение числа Нуссельта. В то время как распределение числа Нуссельта на боковой поверхности имеет явно выраженный максимум, величина которого и локализация его на границе области будут определяться не только значениями числа Релея, но и, возможно, числом Остроградского.

Подтверждение тому факту, что распределение числа Нуссельта на боковой поверхности имеет явно выраженный максимум, можно найти во многих работах, а именно:

- в экспериментальной работе Jahn [3], где приведены многочисленные температурные интерферограммы, с помощью которых можно сделать вывод о том, что максимальное значение теплового потока на боковой стенке полуцилиндрической области локализуется в ее верхней части;
- этот же факт подтверждается результатами экспериментальных исследований Steinbrügger [4]. К сожалению, из этой работы трудно получить количественное соотношение величины максимального теплового потока к его среднему значению, NU . Тем не менее, можно предположить, что максимальное значение теплового потока на боковой поверхности приблизительно совпадает с значением Nu_{up} на верхней границе;
- в экспериментальной работе Kumpulainen [5] (СОРО эксперимент), где исследуются естественно конвективные течения в геометрической области подобной днищу корпуса реактора ВВЭР-440. В работе приводятся измеренные значения теплового потока на боковой поверхности, на основании которых можно сделать вывод о том, что значение величины NU лежит в диапазоне $2 \div 3$, причем величина Нуссельта на боковой поверхности Nu_{sd} монотонно увеличивается с высотой, а значение Нуссельта в нижней точке рассматриваемой области близко к нулю;
- в расчетно-теоретической работе Kelkara [6], которая носит характер системных исследований естественной конвекции в широком диапазоне чисел Релея и Прандтля и охватывает широкий спектр геометрических областей, таких как: квадратная каверна, прямоугольная область, полуцилиндр и полусфера. Оценка величины NU для этих исследований при изотермических граничных условиях дает следующий диапазон изменения $NU \approx 2.0 \div 2.6$.

Рассматривая результаты вышеназванных работ с точки зрения конвекции тепловыделяющего расплава кориума, образующего корки вблизи охлаждаемых границ корпуса реактора, необходимо отметить, тот факт, что все вышеперечисленные работы ограничиваются исследованием лишь чисто конвективного режима теплопередачи [2], что соответствует достаточно большим числам Остроградского ($Os \geq 10^4$). В то время как для реакторного случая, а именно, при удержании расплава кориума в нижней части корпуса реактора числа Остроградского изменяются в диапазоне от 100 до 1000 [2], что соответствует смешанному кондуктивно-конвективному режиму теплопередачи.

Эта работа является продолжением исследований начатых в [2], где были представлены лишь отдельные результаты по оценке величины максимального теплового потока в сравнении с его средним значением (Nu_{max}/Nu_{av}), характерные для естественно-конвективных течений при различных числах Релея, но для менее подробного чем в представленной работе набора чисел Остроградского.

Напомним основные тенденции в поведении величины Nu_{max}/Nu_{av} , которые были отмечены в ходе проведенных предварительных исследований [2]:

- в кондуктивном режиме теплопередачи ($Os < 40$) отношение Nu_{max}/Nu_{av} остается более или менее постоянным и значения указанной величины NU для чисел Релея из диапазона $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$ принадлежат диапазону $1.2 \div 1.4$;
- в смешанном режиме теплопередачи ($40 \leq Os \leq 1000$) наблюдается практически линейный рост указанной величины с увеличением значения числа Остроградского до значения величины Nu_{max}/Nu_{av} , соответствующей чисто конвективному режиму теплопередачи;
- в чисто конвективном режиме теплопередачи ($Os > 1000$) отношение Nu_{max}/Nu_{av} оставалось близким к величине, достигаемой величиной NU в задаче естественной конвекции тепловыделяющей жидкости без учета фазовых превращений при соответствующих числах Релея.

В результате численного эксперимента удалось показать, что основное изменение в распределении теплового потока, а именно увеличение значения максимальной величины теплового потока и эволюция координаты локального максимума, наблюдаются в диапазоне

чисел Остроградского, соответствующих смешанному кондуктивно–конвективному режиму теплопередачи. В случае же доминирования одного из режимов теплопередачи в области, кондукционного или конвективного, распределения теплового потока носит более или менее осциллирующий характер вблизи своего среднего значения.

В ходе численных исследований естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с учетом плавления и затвердевания была проведена проверка на сходимость на последовательности сгущающихся сеток и было показано, что для чисел Релея $Ra = 10^{11}, 10^{12}$ и для чисел Остроградского из диапазона $40 \leq Os \leq 1000$ достаточной является сетка размера 81×81 со сгущением вблизи границы, эквивалентным размеру ячейки равномерной сетки 321×321 . Такое сгущение обеспечивало не менее 3–4 твердых ячеек сетки вблизи охлаждаемой боковой стенки в области максимального теплового потока.

В силу стохастического характера естественной конвекции для рассматриваемых в работе диапазонов изменения безразмерных параметров, все расчеты проводились методом установления до достижения квазистационарного решения [2] и выполнялось осреднение вычисляемых величин по достаточно большой выборке временных результатов.

Полученные результаты представлены в виде графиков. Некоторые из этих результатов, а именно величина, характеризующей изменение максимального теплового потока на боковую поверхность области Nu_{max} по сравнению с его средним значением Nu_{av} , могут быть записаны в виде интерполяционных зависимостей вида

$$Nu_{max}/Nu_{av} = C \cdot Os^n$$

для чисел Остроградского, соответствующих смешанному режиму теплопередачи. Эти зависимости могут быть использованы при построении простейших моделей поведения расплава топлива содержащих масс.

Следует подчеркнуть, что в настоящей работе отмечены лишь основные тенденции поведения NU в диапазоне чисел Релея $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$ и чисел Остроградского $40 \leq Os \leq 1000$. Более точные количественные оценки требуют проведения численных расчетов на более подробных сетках и значительных вычислительных ресурсов для обеспечения достаточной временной выборки при достижении квазистационарного решения.

2 Математическая формулировка задачи

Рассматривается двумерная задача естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в полости квадратного сечения с граничными условиями третьего рода.

Пусть $\Omega = \{x | x = (x_1, x_2), 0 < x_\alpha < 1, \alpha = 1, 2\}$ — область, в которой будем искать решение поставленной задачи. Введем следующее обозначение для границы фазового перехода $S(t)$:

$$S(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) = u_\ell\},$$

где u_ℓ — температура фазового перехода. Последняя разбивает область Ω на две подобласти. Определим область, содержащую жидкую фазу вещества как $D(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) > u_\ell\}$, а область, содержащую твердую фазу вещества — $D_0 = \Omega \setminus D$. Задачу будем рассматривать в нестационарной постановке.

Для описания процессов тепло– и массопереноса в тепловыделяющей жидкости с однородным объемным источником тепла, с учетом фазовых превращений, используются нестационарные уравнения Навье–Стокса в приближении Буссинеска совместно с уравнением для температуры:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} \mathbf{v} + \operatorname{grad} p - \nu \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{v} - \beta g e u = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (2)$$

$$\left(c(u) + \lambda \delta(u - u_\ell) \right) \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} u \right) - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(k(u) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) = q, \quad (3)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T.$$

Без ограничения общности будем рассматривать случай постоянных коэффициентов теплоемкости и теплопроводности в твердой и жидкой фазах, неменяющихся при фазовом превращении.

Рассматриваемая область течения представляет собой замкнутую полость с неподвижными твердыми стенками, поэтому на границах полости ∂D задаются условия прилипания и непротекания вида:

$$\mathbf{v}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

В качестве тепловых условий выбраны граничные условия третьего рода, что позволяет моделировать различные режимы охлаждения границ полости:

$$k(u) \frac{\partial u}{\partial n} + h(u - u_w) = 0, \quad x = (x_1, x_2), \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2, \quad (5)$$

где n — внешняя нормаль.

В силу того, что в начальный момент времени жидкость покоится и имеет равновесную температуру начальное условие для скорости имеет вид

$$\mathbf{v}(x, 0) = 0, \quad x \in D, \quad (6)$$

а начальное условие для температуры определяется соотношением

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (7)$$

Поскольку первоначально вся область представляет собой жидкую фазу вещества, то $D(0) = \Omega$.

Таким образом, соотношения (1)–(7) полностью описывают свободную конвекцию тепло выделяющей жидкости с учетом фазовых превращений в области Ω на любой момент времени $t > 0$. Численное исследование вышеназванной задачи проводится в безразмерной постановке с помощью вычислительного алгоритма, использующего переменные “функция тока, вихрь скорости, температура”. Компоненты скорости определяются через функцию тока $\psi(x, t)$ как:

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad (8)$$

поэтому условие несжимаемости (2) всегда выполнено. Для вихря скорости имеем соотношение

$$w = \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2}. \quad (9)$$

Учитывая соотношения (8),(9) из уравнения движения (1) для вихря скорости получим следующее выражение в безразмерных переменных

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_q}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (10)$$

$$x \in D, \quad 0 < t \leq T$$

с модифицированным числом Релея, получаемым по мощности теплового источника q . Уравнение (10) может быть переписано через безразмерное число Остроградского в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_u \text{Os}}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (11)$$

где использовано число Релея, определяемое по характерному перепаду температур

$$\text{Ra}_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$$

и число Остроградского определяется с помощью соотношения

$$\text{Os} = \frac{q l^2}{k(u_\ell - u_w)}.$$

Здесь и далее будем использовать для безразмерных переменных те же обозначения что и для точных величин. Заметим, что везде далее по тексту под числом Релея Ra мы будем понимать модифицированное число Релея, получаемое по мощности теплового источника q , $Ra_q = \frac{\beta g q l^3}{\alpha \nu k}$.

Из уравнения несжимаемости (2) будем иметь уравнение Пуассона для функции тока

$$-\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\alpha^2} = w, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T. \quad (12)$$

Уравнение энергии (3) в безразмерных переменных переписется в виде

$$\left(1 + Ste \chi_{s\ell}\right) \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)u\right) - \frac{1}{Pr} \left(\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2} + 1\right) = 0, \quad (13)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T,$$

где число Стефана определяется из соотношения $Ste = \lambda / (c \cdot (u_s - u_\ell))$, где

$$\chi_{s\ell} = \begin{cases} 1, & u \in (u_s, u_\ell), \\ 0, & u \notin (u_s, u_\ell), \end{cases}$$

а u_s — температура солидус.

Обезразмеривание здесь проведено по высоте полости l , коэффициенту кинематической вязкости ν и величине ql^2/k , пропорциональной перепаду температуры.

Система уравнений (11)–(13) дополняется граничными и начальными условиями, вытекающими из (4)–(7). Условия прилипания и непротекания (4) на границе единичного квадрата Ω дают соотношения

$$\psi(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T. \quad (15)$$

Из условия (6) имеем

$$\psi(x, 0) = 0, \quad x \in D. \quad (16)$$

Граничные условия конвективного теплообмена (третьего рода) в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial n} + Bi u = 0, \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2. \quad (17)$$

Начальное условие для температуры остается без изменений.

3 Метод решения

Для нахождения приближенного решения задачи плавления и затвердевания применяются различные вычислительные алгоритмы [8]. В этой работе для получения приближенного решения задачи (11)–(17) с расчетом поля течения в изменяющейся области $D(t)$ используется вариант метода фиктивных областей с продолжением по младшим коэффициентам [9]. Реализация разностной схемы расщепления [10] основана на решении сеточных эллиптических задач на каждом шаге по времени. Подобный подход хорошо зарекомендовал себя при решении задач свободной конвекции тепловыделяющей жидкости, что подтверждает совпадение полученных результатов с экспериментальным [7, 11] и численно-экспериментальным [12, 13] исследованиями для различных граничных условий и геометрий расчетной области. Результаты тестирования вычислительного алгоритма для задачи свободной конвекции тепловыделяющей жидкости опубликованы в работах [14, 15]. Кроме того, некоторые из результатов, касающиеся исследования периодической естественной конвекции в замкнутой полости прямоугольного сечения, представлены в статье [16].

4 Результаты численного моделирования

Численное исследование некоторых особенностей поведения тепловыделяющей жидкости с учетом замерзания было проведено на Sun 4/80 (Sparc Station 10) в следующем диапазоне основных безразмерных параметров задачи: $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$, $40 \leq Os \leq 10^3$, $30 \leq Bi_{up} \leq 600$, $Bi_{sd} = \infty$, $Bi_{dn} = \infty$, $Ste = 0$, $Pr = 1$.

Расчеты проводились методом установления, до достижения квазистационарного решения. Вычисления прерывались при одновременном выполнении следующих условия: производная по времени от средней в объеме температуры в норме L_2 осциллирует вблизи нуля; суммарное тепловыделение на боковые, верхнюю и нижнюю грани осциллирует вблизи единицы (в квадратной камере суммарное тепловыделение равно единице).

При обработке результатов основное внимание уделялось таким безразмерным параметрам как:

- NU , характеризующим изменение максимального теплового потока на боковую поверхность в сравнении с его средним значением,
- эволюции координаты максимального теплового потока на боковой поверхности,
- объемам жидкой фазы,
- максимальной температуре на боковой поверхности.

Поскольку в процессе достижения квазистационарного решения указанные параметры осциллировали вблизи своих средних значений, проводилось осреднение вычисляемых величины по достаточно большой выборке временных результатов.

Достоверность получаемых результатов проверялась путем проведения расчетов на последовательности сгущающихся сеток со сгущением адекватным сеткам 81×81 , 161×161 , 321×321 , 641×641 и сопоставлении получаемых решений на неизменяемость в рассматриваемом диапазоне параметров. Результаты проверки на последовательности сгущающихся сеток и тестирование используемой методики представлены в [2].

В результате предварительных исследований [2] были получены следующие зависимости $NU(Os)$ для чисел Релея из диапазона $10^8 \leq Ra \leq 10^{11}$ и чисел Остроградского, принадлежащих интервалу $40 \leq Os \leq 1000$ (см. рис.1). В ходе предварительных исследований была отмечена тенденция значительного нарастания отношения максимального теплового потока на боковой поверхности к его среднему значению с увеличением числа Релея для чисел Остроградского из диапазона $100 \leq Os \leq 1000$. В тоже время в диапазоне чисел Остроградского $40 \leq Os < 100$, как видно из рисунка 1, наблюдалось незначительные изменения исследуемой величины NU . Представленные результаты были получены в ходе расчетов на сетке 81×81 со сгущением вблизи границы эквивалентным ячейке равномерной сетки 161×161 . При таком выборе сгущения сетки и числах Остроградского из диапазона $200 \leq Os < 600$ вблизи стенки на область максимального теплового потока приходится не более 1–2 ячейки сетки, что является недостаточным для разрешения фазовых превращений вблизи границы.

Поэтому далее численные исследования проводились на более подробной сетке со сгущением вблизи границы, эквивалентным размеру ячейки равномерной сетки 321×321 . На рисунке 2 показаны результаты серии расчетов для величины NU в диапазоне чисел Релея $10^{10} \leq Ra \leq 10^{12}$ и чисел Остроградского $40 \leq Os \leq 1000$. При таком сгущении сетки вблизи границы в диапазоне чисел Остроградского $200 \leq Os < 600$ вблизи стенки на область максимального теплового потока приходилось уже от 3 до 4 ячеек сетки. Заметим, что использовании более подробной сетки не оказывает значительного влияния на изменение основных тенденции нарастания величины NU с ростом числа Релея в диапазоне чисел Остроградского $100 \leq Os \leq 1000$. Однако по сравнению с предварительными расчетами наблюдается небольшое снижение отношения максимального теплового потока на боковой поверхности к его среднему значению (при $Ra = 10^{10}, 10^{11}$). В диапазоне чисел Остроградского $100 \leq Os \leq 600$ кривые становятся более пологими, в отличие от предварительных результатов. Можно предположить, что тенденции к выполаживанию будут сохраняться и в случае дальнейшего измельчения сетки. Однако при значениях числа Остроградского $Os \approx 1000$ тепловое сопротивление корок уже не будет столь значительным в силу очень малой толщины корок и, следовательно, измельчение сетки вблизи границы области не должно оказывать существенного влияния на результат разрешения фазовых превращений вблизи границы.

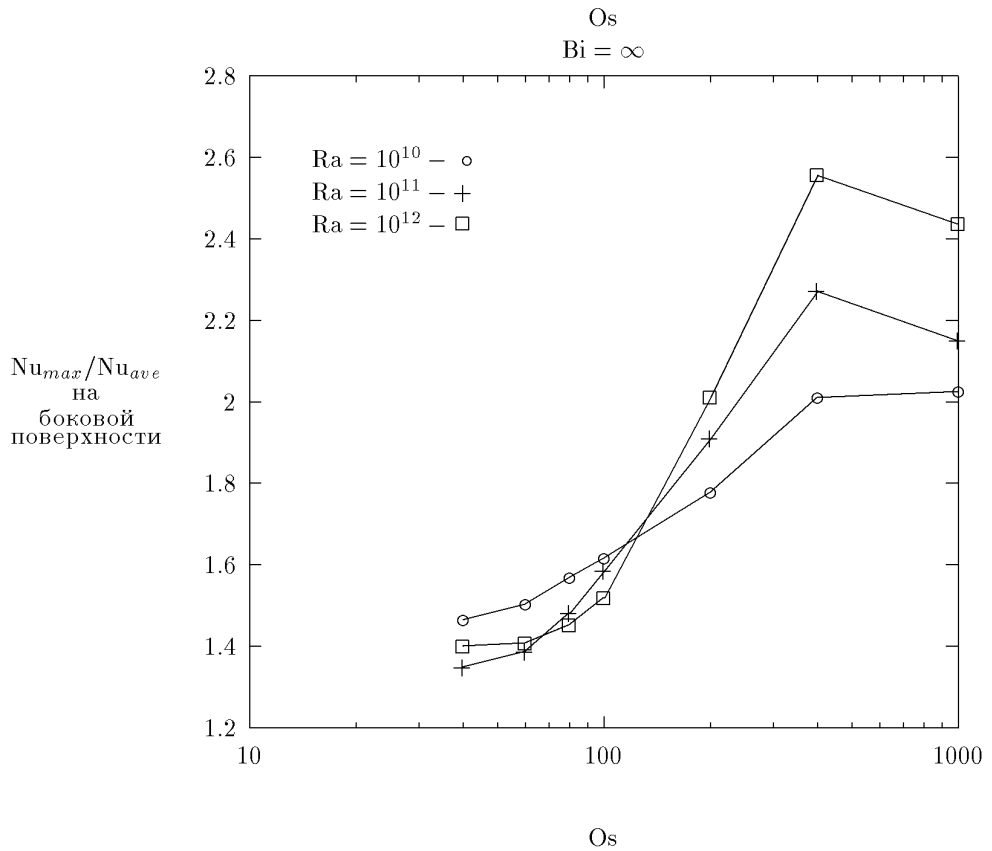
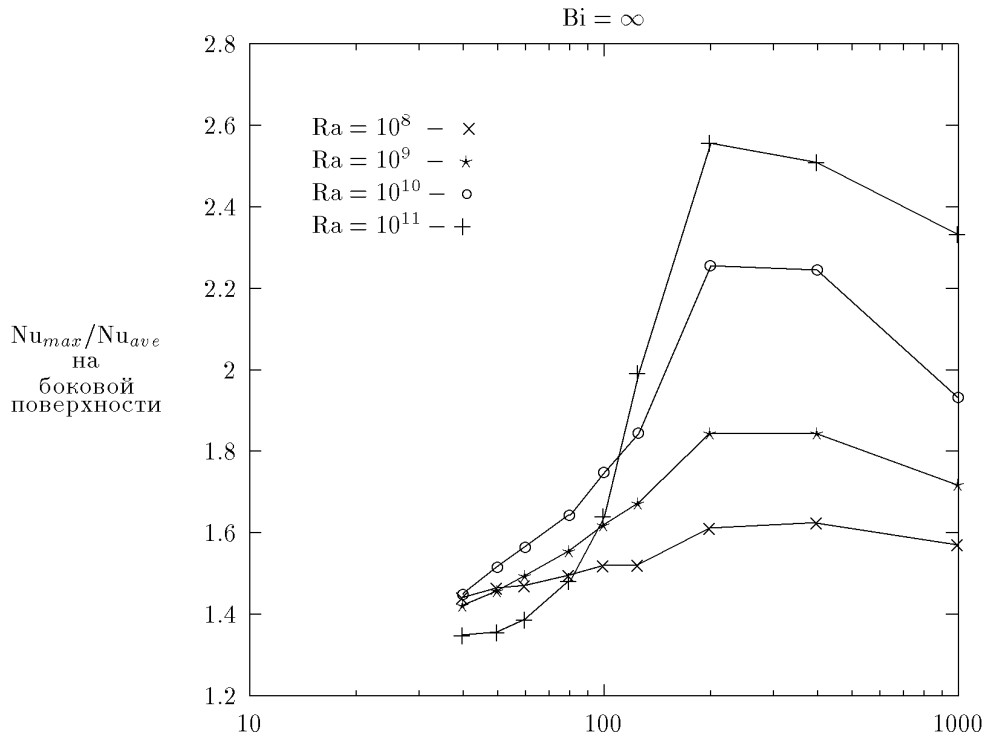


Рис. 1, 2: Изменение величины Nu_{max}/Nu_{av} на боковой поверхности каверны со сгущением вблизи границы эквивалентным ячейке равномерной сетки 161×161 (верх) и 321×321 (низ), соответственно

Описанные выше зависимости соответствуют задаче (11)–(17) при полностью изотермических граничных условиях на всех границах, иначе говоря, такие условия соответствуют идеальному теплосъему со всех границ области, что мало вероятно в случае тяжелой аварий реактора. Наиболее адекватной, с точки зрения такой аварии, является ситуация, когда теплосъем с верхней границы менее интенсивен, чем с боковых стенок и дна. Другими словами, на боковой и нижней поверхности теплосъем характеризуется высокими числами Био. В связи с этим были проведены две серии расчетов для чисел Релея $Ra = 10^{10}, 10^{11}$ на более подробном, чем в предыдущей работе [2] наборе чисел Остроградского из диапазона $40 \leq Os \leq 1000$. Исследовалось изменение величины NU при различных значениях числа Био из диапазона $30 \leq Bi_{up} \leq 600$ на верхней поверхности и идеальном теплосъеме на боковой и нижней поверхностях. На рис.3 представлены графики зависимости отношения максимального теплового потока на боковой поверхности к среднему значению в зависимости от числа Остроградского для Релея $Ra = 10^{10}$.

Практически во всем диапазоне чисел Остроградского $40 \leq Os \leq 600$ наблюдается линейное возрастание величины NU , а при числах Остроградского более 600 — падение значений рассматриваемой величины. Наибольшее значение величина NU принимает при режимах теплосъема на верхней границе $Bi_{up} = 30 \div 100$. Так, при режиме теплосъема с верхней границы $Bi_{up} = 30$ величина NU превосходит указанное значение при режиме теплосъема $Bi_{up} = 600$ примерно в 1.5 раза.

Подобная картина наблюдается и при $Ra = 10^{11}$ (см. рис.4). Изменение величины NU при варьировании режима теплосъема на верхней границе области от 600 до 30 составляет 1.5–2 раза. Заметим, что режимы теплосъема $Bi_{up} = 300, 600$ в обоих случаях ($Ra = 10^{10}, 10^{11}$) практически не отличаются от условий идеального теплосъема.

В силу стохастического (осциллирующего) и непериодического режима течения при числах Релея $Ra \geq 10^{10}$ важное значение приобретает положение максимума теплового потока на границе области. Картина течения при таких Релеях в верхней части области представляет собой постоянно меняющуюся во времени систему вихрей, которые могут влиять на эволюцию во времени координаты максимума теплового потока. Для описания эволюции z_{max} удобно воспользоваться так называемой функцией распределения, которая строится на основании достаточно большой выборки наблюдений: $F(z) = P\{z_{max} > z\}$, где P — количество наблюдений максимумов теплового потока в некоторой точке относительно всей выборки. Одна из таких функций распределения $F(z)$ при $Bi_{up} = 600$ и числе Остроградского равном 400 для числа Релея 10^{11} приведена на рис.5. Характерной особенностью этой функции является ее монотонность. Как и предполагалось, большинство максимумов теплового потока приходится на верхнюю четверть боковой поверхности.

Влияние различных режимов теплосъема на верхней границе на эволюцию координаты максимума теплового потока на боковой поверхности показано на рис.6. Графики зависимости $z_{max}(Os)$ построены с использованием функции распределения $F(z)$:

$$z_{max} : F(z_{max}) = 0.5.$$

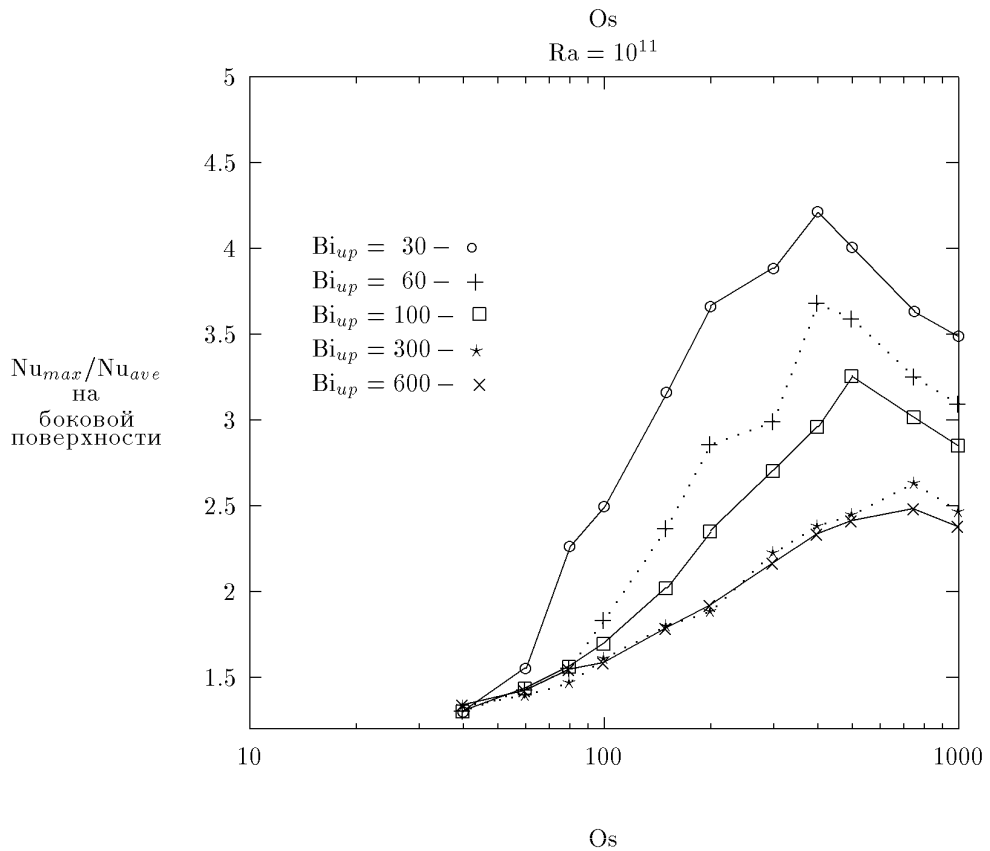
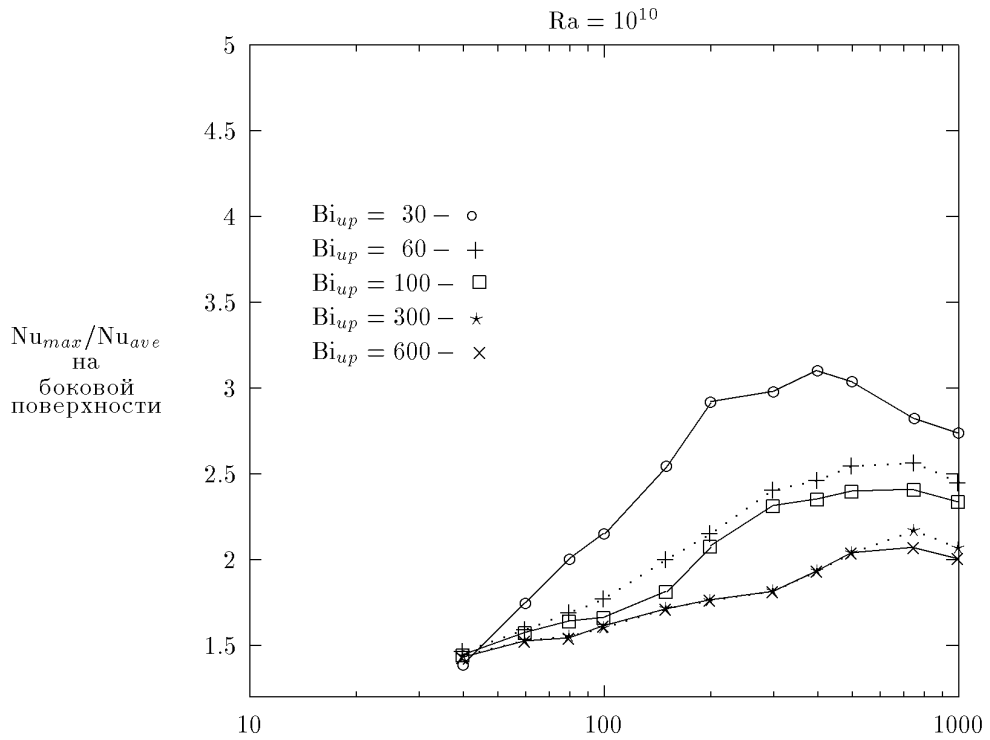


Рис. 3, 4: Изменение величины Nu_{max}/Nu_{av} на боковой поверхности при различных числах Био на верхней границе для Релея 10^{10} (верх) и 10^{11} (низ), соответственно

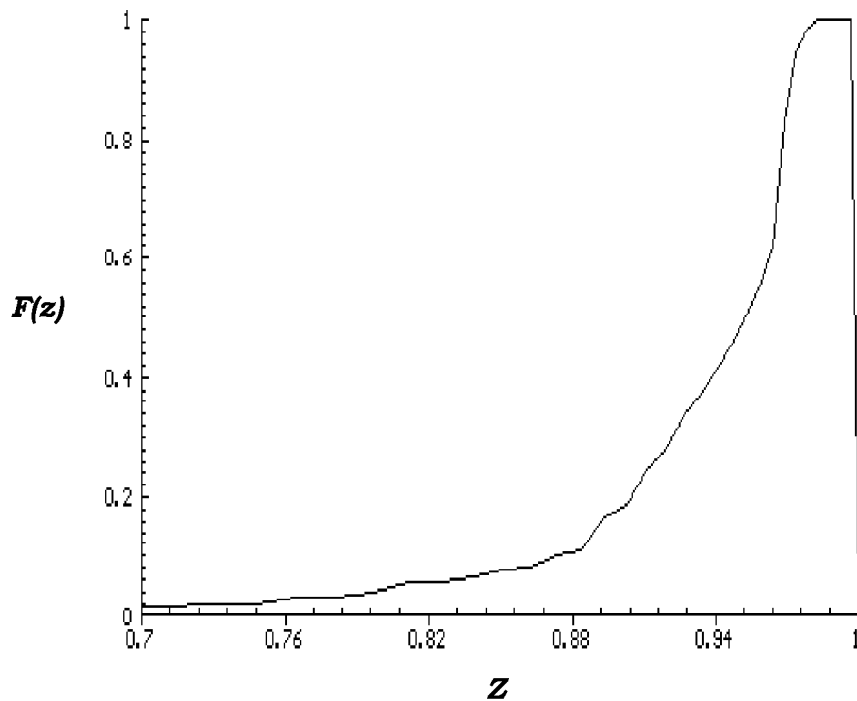


Рис. 5: Функция распределения z_{max} на боковой поверхности для случая $Bi_{up} = 600$ и $Os = 400$

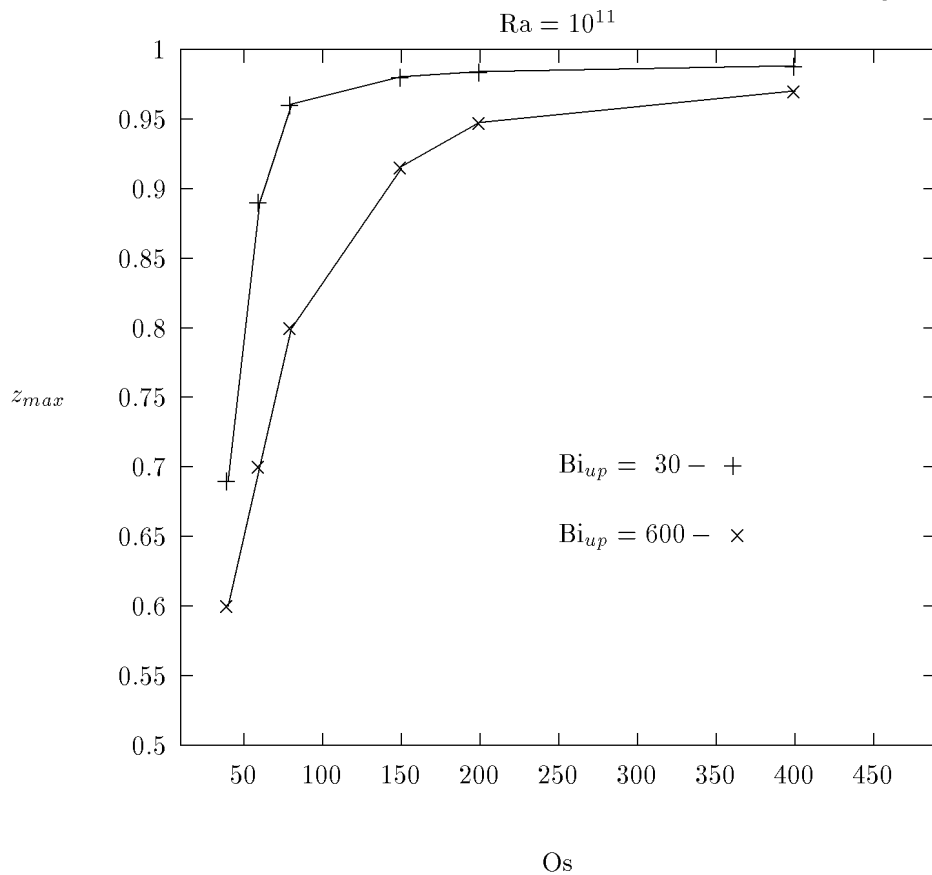


Рис. 6: Изменение z_{max} на боковой поверхности при различных числах Био на верхней границе

Ниже на рисунках 7–11 представлено распределение температуры вблизи боковой поверхности при различных режимах теплосъема на верхней границе для различных чисел Остроградского. На рис.7 показано распределение температуры для случая $Os = 40$, что соответствует ситуации [2], когда половина области занята расплавом, а другая половина — корками. Как видно из рисунка, варьирование режимом теплосъема на верхней границе при этих условиях практически не оказывает влияния на распределение температуры вблизи боковой поверхности области. Кривые являются гладкими. Наибольшее значение температуры при таком режиме достигается в интервале чисел Остроградского $[0.5; 0.8]$ и равняется ≈ 0.002 .

С увеличением числа Остроградского картина распределения температуры начинает меняться (см. рис.8). Так, если при $Bi_{up} = 300$ распределение температуры на боковой поверхности аналогично случаю $Os = 40$, то для $Bi_{up} = 30, 100$ на графике распределения температуры можно выделить два участка. Первый участок $[0; 0.8]$ характеризуется плавным нарастанием температуры на боковой поверхности области, на втором участке $[0.8; 1]$ наблюдается резкое возрастание температуры. Причем, при $Bi_{up} = 30$ максимум температуры составляет ≈ 0.00525 , а в случае $Bi_{up} = 100$ почти в 2 раза меньше ≈ 0.0026 . Кроме того, в случае $Bi_{up} = 30$ максимум температуры располагается правее, чем при $Bi_{up} = 100$.

На рис.9 представлено распределение температуры для $Os = 150$. В этом случае наблюдается снижение максимального значения температуры на участке $[0; 0.8]$ до 0.001 в сравнении с $Os = 40, 80$. Для режима теплосъема на верхней границе $Bi_{up} = 300$ качественных изменений в картине распределения температуры на боковой поверхности не происходит. Кривая в этом случае довольно гладкая. Как и на предыдущем графике для $Bi_{up} = 30$ и $Bi_{up} = 100$ можно определить два участка $[0; 0.8]$ и $[0.8; 1]$. Однако максимумы температур в этом случае будут ниже, так при $Bi_{up} = 30$ максимум составляет ≈ 0.0046 , а в случае $Bi_{up} = 100$ он будет существенно ниже, чем в случае $Os = 80$ и составит примерно 0.0016. Разница в максимумах температуры в этом случае для различных режимов теплопередачи составит примерно 3. Таким образом, с увеличением числа Остроградского наблюдается возрастание разницы в максимумах температуры для различных режимов теплопередачи. Кроме того, максимальные значения при различных режимах теплопередачи при $Os = 150$ достигаются практически в одной точке.

Распределение температуры вблизи боковой поверхности для случая $Os = 300$ представлено на рис.10. На участке $[0; 0.8]$ наблюдается снижение среднего значения до $0.0012 \div 0.0019$ в сравнении с предыдущими случаями $Os = 40, 80, 150$. На интервале $[0.4; 0.8]$ наблюдается сильный дребезг, что свидетельствует о многовихревой структуре течения. На участке $[0.8; 1]$ наблюдается сильное возрастание максимального значения температуры. В этом случае максимумы температуры для всех режимов теплосъема очень близки и попадают в интервал $[0.0022 \div 0.0032]$. Как и в случае $Os = 150$ максимальные значения при различных режимах теплопередачи достигаются практически в одной точке.

Распределение температуры вблизи боковой поверхности для случая $Os = 750$ представлено на рис.11. В этом случае гладкость кривых нарушается, на интервале $[0.2; 0.8]$ наблюдаются сильные скачки, особенно для $Bi_{up} = 300$. Нижняя граница среднего значения продолжает опускаться до 0.001. В то же время для $Bi_{up} = 30, 100$ в отличие от предыдущих картин распределения температуры на участке $[0.8; 1]$ наблюдается монотонное возрастание максимума температуры.

На рис.12–16 представлено распределение температуры в области при различных значениях числа Остроградского для двух режимов теплосъема на верхней границе. Левая половина каждого из указанных рисунков демонстрирует поле температур вблизи границ области при условии конвективного теплообмена на верхней границе и значении числа Био $Bi_{up} = 30$, а на правой половине каждого рисунка показаны изотермы для случая $Bi_{up} = 600$. Как показывают результаты расчетов, при $Bi_{up} = 30$ корка на верхней границе присутствует только в случае $Os = 40$, с увеличением числа Остроградского корка на верхней границе исчезает. Одновременно с этим наблюдается выравнивание температуры в верхней части области. На боковой поверхности и на дне области с увеличением числа Остроградского корка равномерно утоньшается. При $Bi_{up} = 600$ корка на верхней границе области исчезает при числах Остроградского $Os = 200 \div 400$. Тенденция равномерного утоньшения корки на боковой поверхности и на дне области сохраняется, при этом необходимо отметить, что толщина корки на нижней границе области практически не зависит от режима теплосъема на верхней границе. С утоньшением корки на боковой поверхности при высоких числах Остроградского $Os = 200$

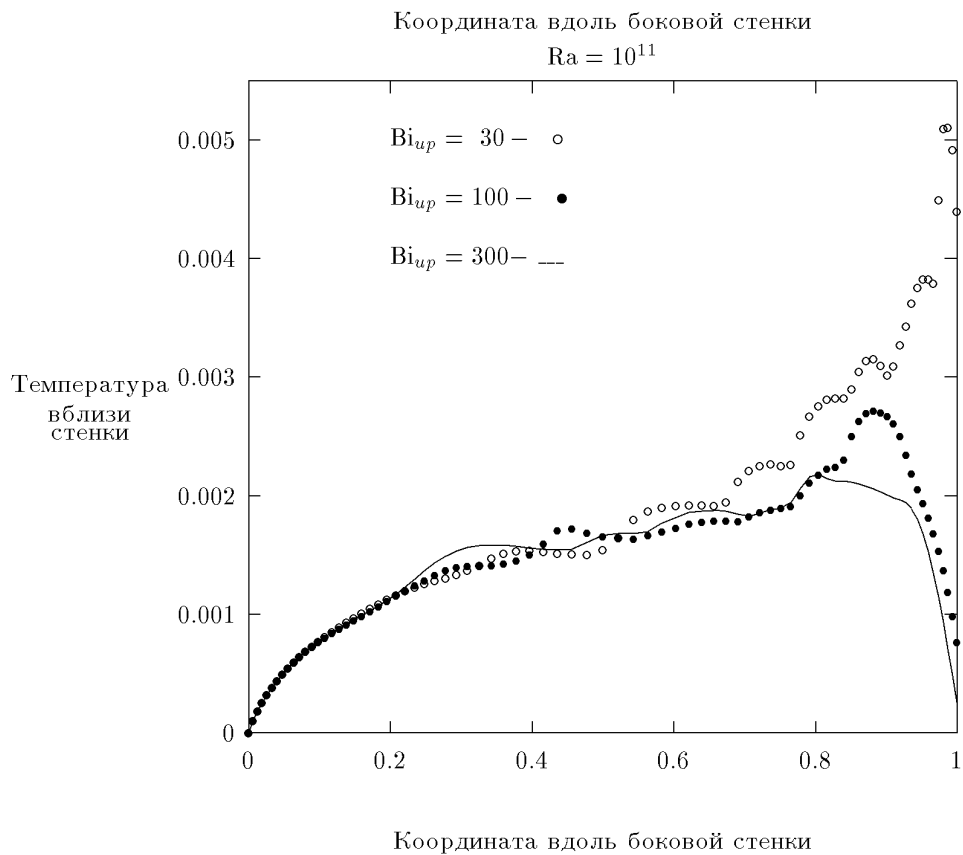
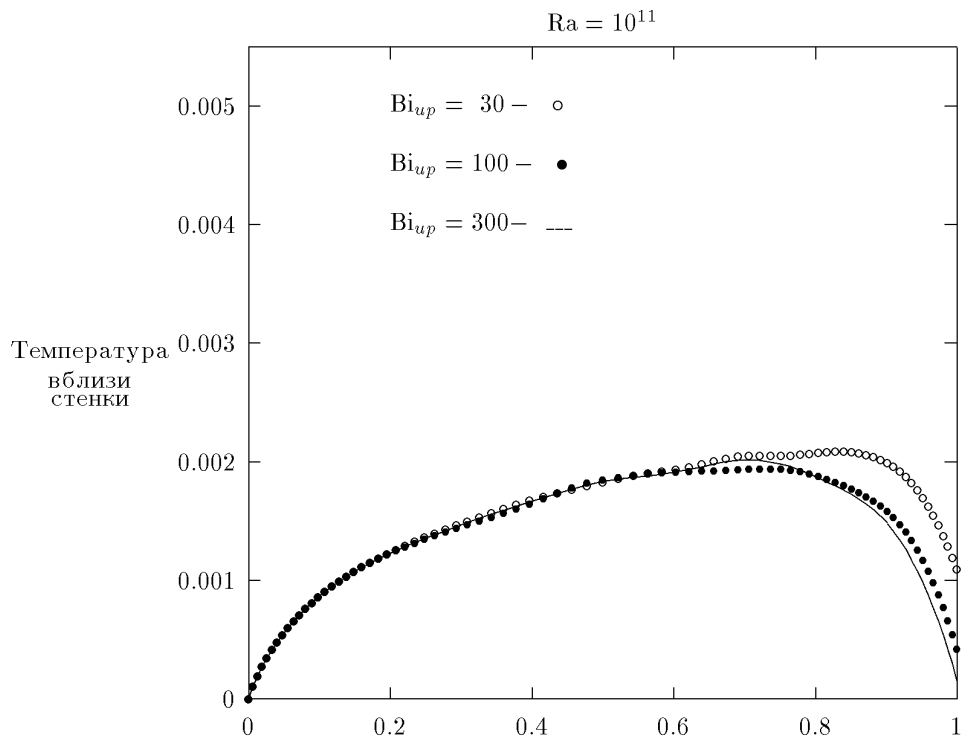


Рис. 7, 8: Распределение температуры вблизи боковой поверхности для $Os = 40$ (верх) и $Os = 80$

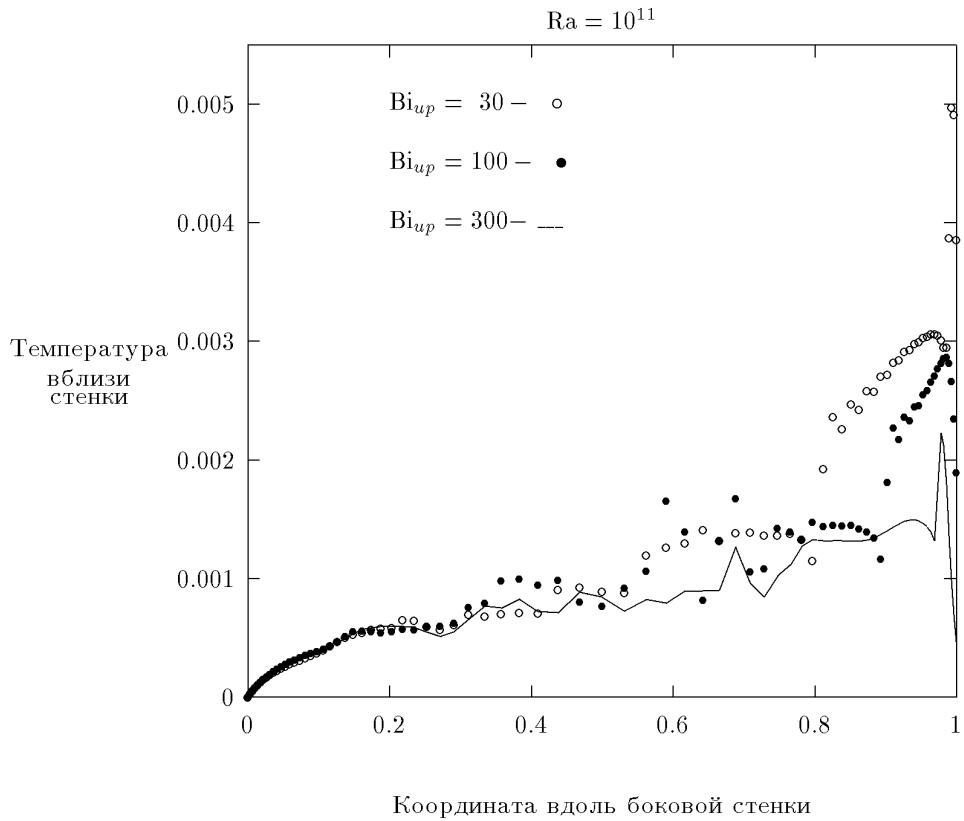
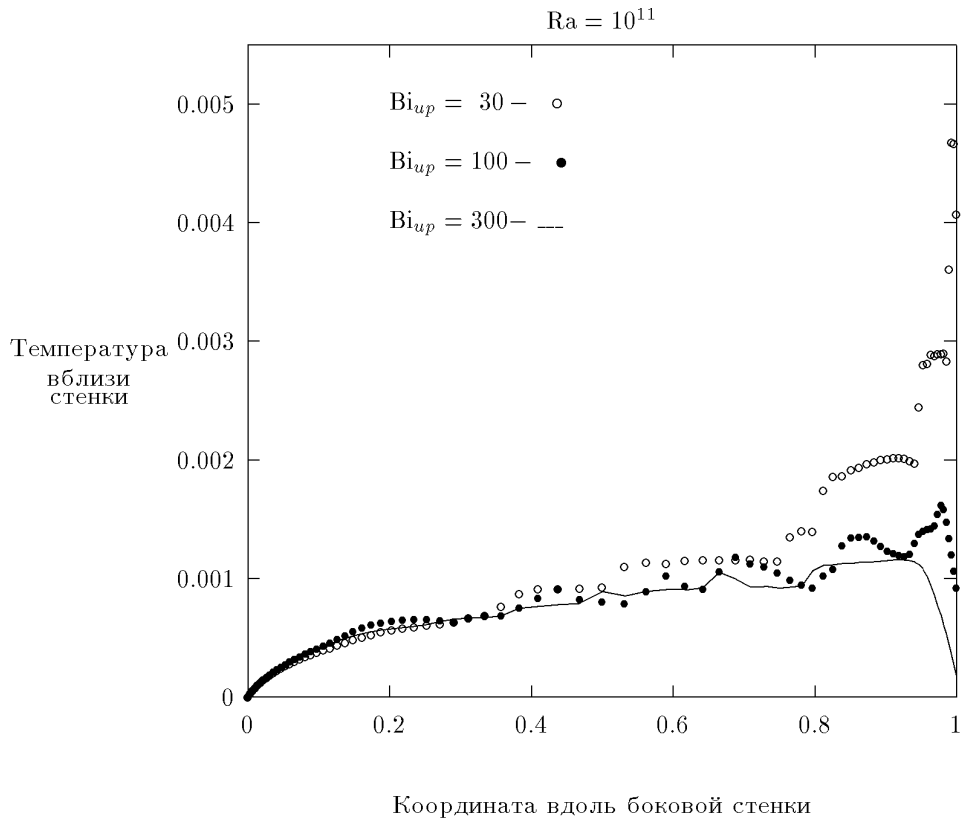


Рис. 9, 10: Распределение температуры вблизи боковой поверхности для $Os = 150$ (верх) и $Os = 300$

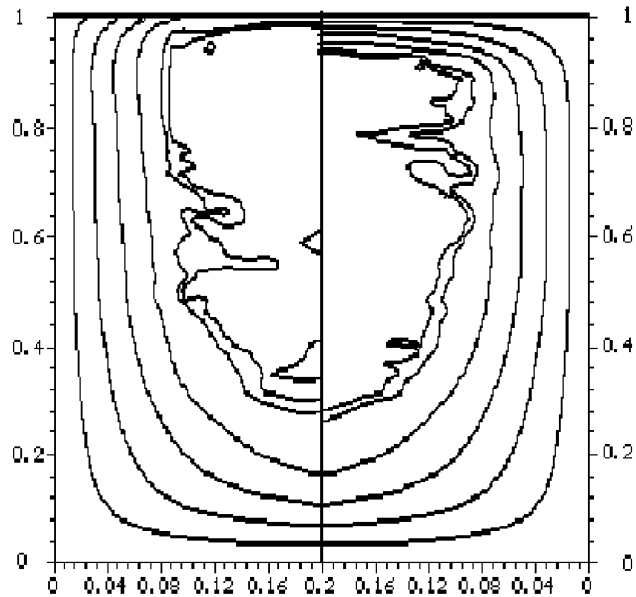
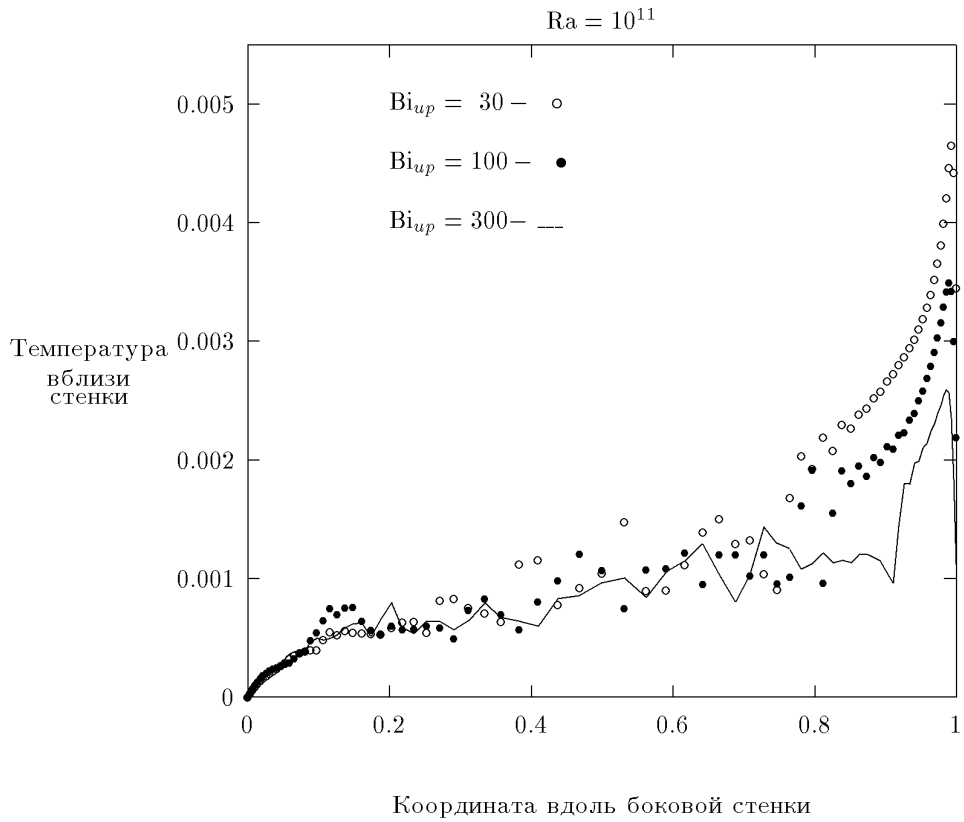


Рис. 11, 12: Распределение температуры вблизи боковой поверхности для $Os = 750$ (верх) и поле температур для случая $Os = 40$

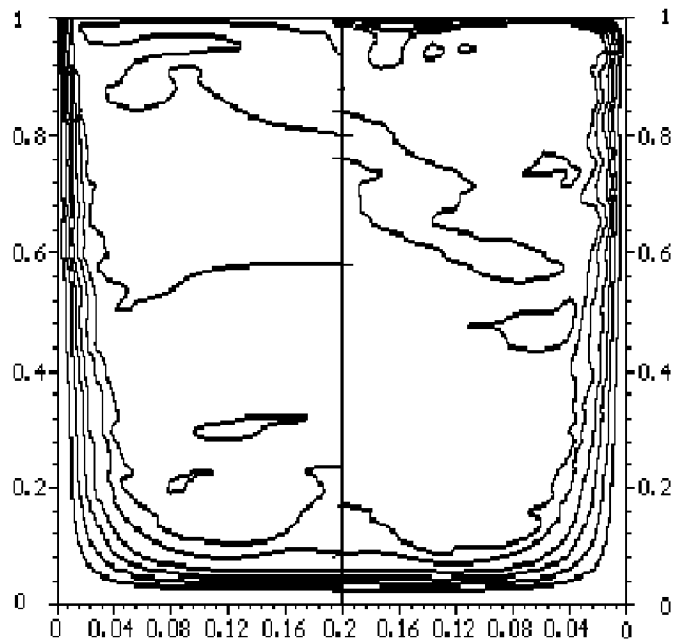
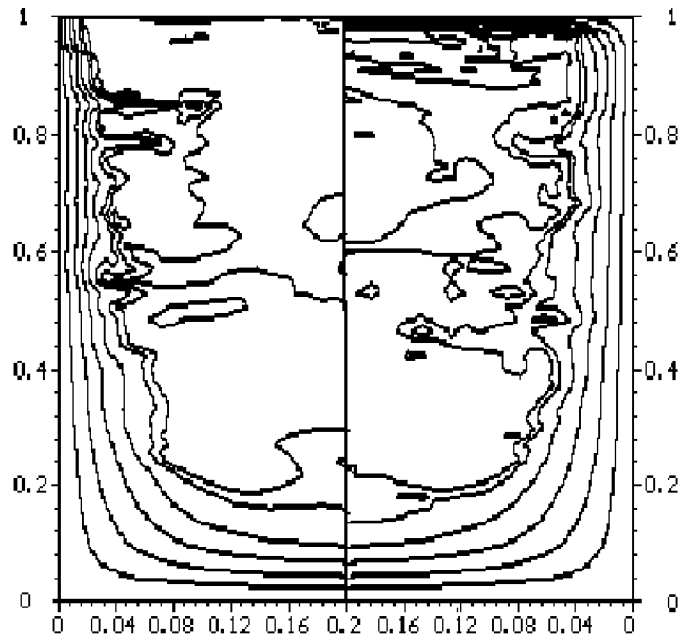


Рис. 13, 14: Поле температур для случаев $Os = 80$ (верх) и $Os = 150$

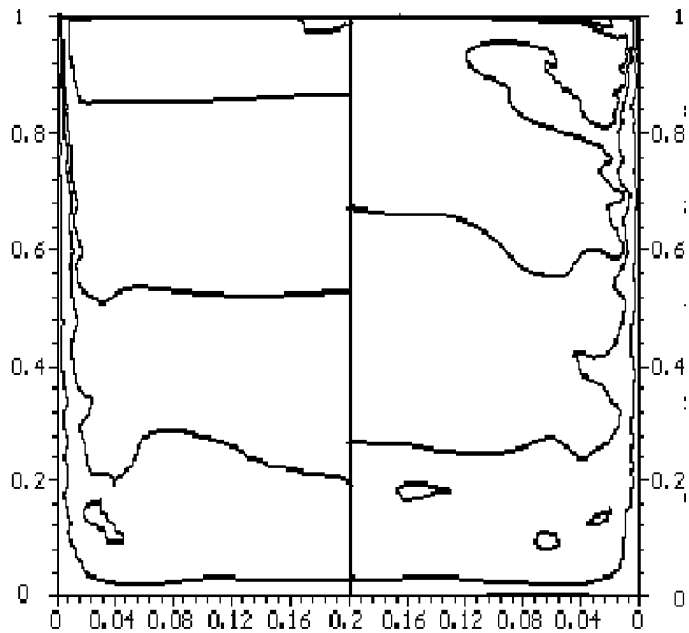
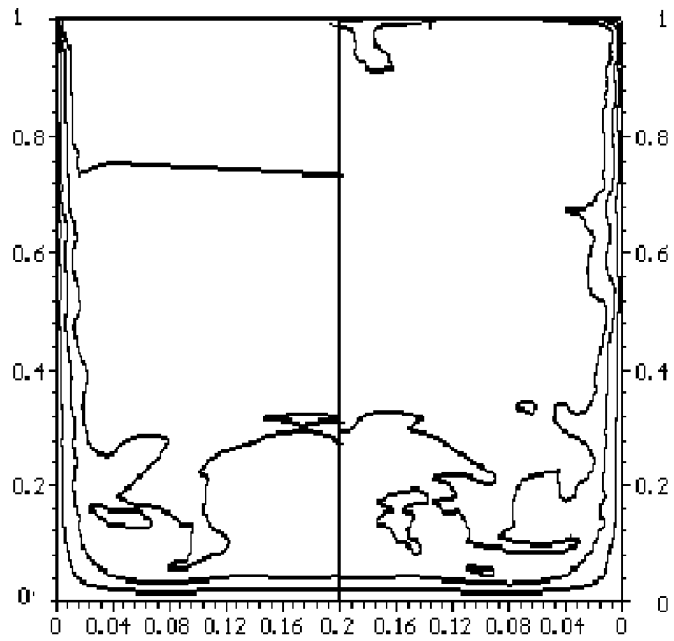


Рис. 15, 16: Поле температур для случаев $Os = 400$ (верх) и $Os = 750$

возрастает немонотонность профиля корки по сравнению с предыдущим режимом теплосъема.

На рис.17 представлено изменение объема жидкой фазы в зависимости от различных режимов теплосъема на верхней границе, а именно для $Bi_{up} = 30, 600$. Как видно из рисунка, влияние режима теплосъема на изменение объема жидкой фазы проявляется в диапазоне чисел Остроградского $40 \leq Os < 150$, когда доля твердой фазы в области составляет $15 \div 40\%$. Различие в долях твердой фазы для различных режимов теплосъема составляет около 5% . С увеличением числа Остроградского $Os > 150$ изменение режимов теплосъема перестает оказывать влияние на изменение объемов твердого и жидкого в рассматриваемой области.

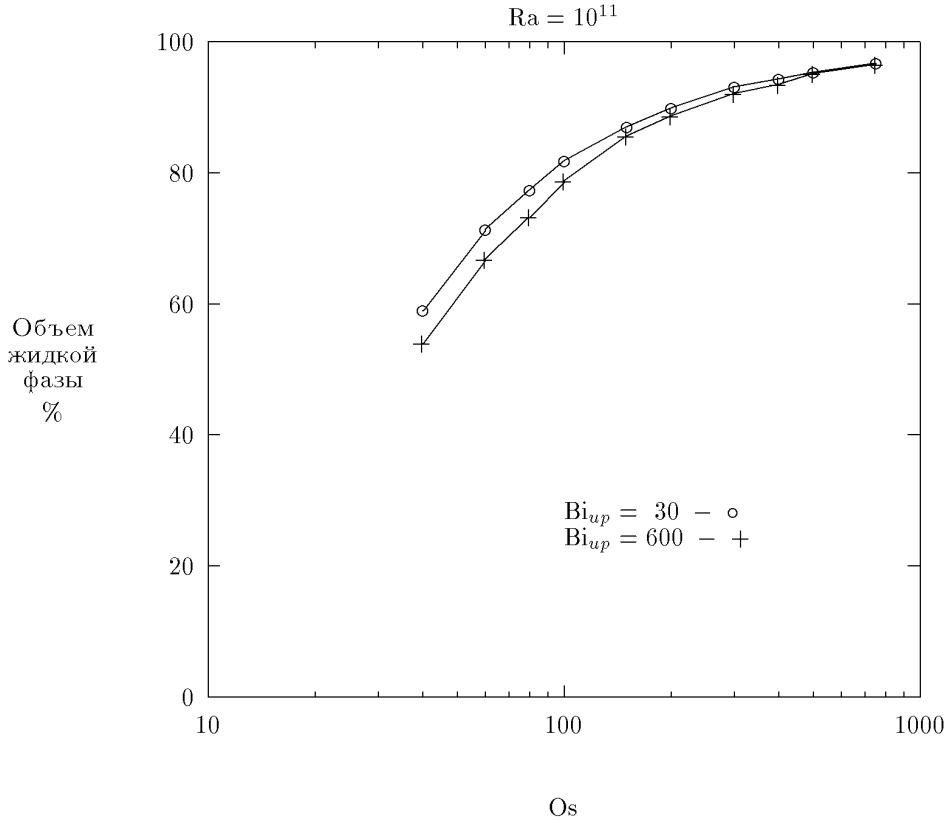


Рис. 17: Изменение объема жидкой фазы при различных режимах теплосъема на верхней границе

Заключение

1. Описаны основные тенденции поведения величины NU в зависимости от чисел Остроградского и Релея;
2. Исследовано поведение указанной величины на подробном наборе чисел Остроградского из диапазона $40 \leq Os \leq 1000$ и различных режимах теплосъема на верхней границе;
3. Показано характерное поведение координаты максимума теплового потока на боковой поверхности $z_{max}(Os)$ при различных режимах теплосъема на верхней границе;
4. Продемонстрирована эволюция поведения распределения теплового потока и корок на боковой поверхности в зависимости от чисел Остроградского и при различных режимах теплосъема на верхней границе.

Литература

- [1] E.L.Tolman, P.Kuan and J.M.Broughton, TMI-2 accident scenario update, *J. Nuclear Engineering and Design* 108(1988), pp.45–54.
- [2] Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В., Параметрическое численное исследование теплообмена тепловыделяющей жидкости с учетом плавления и затвердевания в зависимости от чисел Остроградского и Релея. ИБРАЭ–95–01, Москва, 1995.
- [3] Jahn M., Holographische untersuchung der frein konvektion in volumetrisch beheizten fluiden, Dissertation, Von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität Hannover, zur Erlangung des akademischen Grades Doktor–Ingenieur, 1975.
- [4] Steinbrenner U. and Reineke H.H., Turbulent Bouyancy Convection Heat Transfer with Internal Heat Sources, *Proceedings, 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Paper NC–21, Toronto(Canada), 1978, Vol.2, pp.305–310.
- [5] Кымäläinen O., Hongisto O., Antman J. and et. all, COPO: Experiments for heat flux distribution from volumetrically heated corium pool, Transactions of the Twentieth Water Reactor Safety Information Meeting, NUREC/CP–0125 (1992), 7–11, 7–12.
- [6] Kelkar K.M., Schmidt R.C. and Patankar S.V., Numerical analysis of laminar natural convection of an internally heated fluid in a hemispherical cavity, *Proceedings, International Heat Transfer Conference*, San Diego, 1991, pp.355–364.
- [7] Kulacki F.A. and Emara A.A., Steady and transient convection in a fluid layer with uniform volumetric energy sources, *J. Fluid Mech.*, 1977, Vol.83, pt.2, pp.375–395.
- [8] A.A. Samarskii, P.N. Vabishchevich, O.P. Ilev and A.G. Churbanov, Numerical simulation of convective/diffusion phase change problems — a review, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 17, pp. 4095–4106, 1993.
- [9] Вабищевич П.Н., Метод фиктивных областей в задачах математической физики, Москва, Из-во МГУ, 1991.
- [10] Вабищевич П.Н., Макаров М.М., Чуданов В.В. и Чурбанов А.Г., Численное моделирование конвективных течений в переменных “функция тока, вихрь скорости, температура”, ИММ РАН, Препринт No. 28, Москва, 1993.
- [11] Lee J.–H. and Golstein R.J., An experimental study on natural convection heat transfer in an inclined square enclosure containing internal energy sources, *ASME J. Heat Transfer*, 1988, Vol.110, pp.345–349.
- [12] Jahn M. and Reineke H.H., Free convection heat transfer with internal heat sources, calculations and measurements, *Proceedings, 5th Int. Heat Transfer Conf.*, Tokyo(Japan), 1974, pp.74–78.
- [13] May H.–O., A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1991, Vol.34, pp.919–928.
- [14] Chudanov V.V., Churbanov A.G., Strizhov V.F. and Vabischevich P.N., Current Status and Validation of RASPLAV Code, *Proceedings, 21st Water Reactor Safety Meeting*, Washington(USA), 1993.
- [15] Bolshov L.A., Arutyunyan R.V., Chudanov V.V., Aksenova A.E. and et. all, Numerical study of natural convection of a heat–generating fluid in nuclear reactor safety problems, *Proceedings, 4th International Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety*, Taipei(Taiwan), 1994.
- [16] A.G. Churbanov, P.N. Vabishchevich, V.V. Chudanov, and V.F. Strizhov, A numerical study of natural convection of a heat–generating fluid in rectangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 18, pp. 2969–2984, 1994.

Номенклатура

$\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ — вектор скорости

$Nu = -(grad u)$ — локальное число Нуссельта

$NU = Nu_{max}/Nu_{av}$ — изменение максимального теплового потока на боковую поверхность области Nu_{max} в сравнении с его средним значением Nu_{av}

p — нормализованное на плотность давление

$Pr = \frac{\nu}{a}$ — число Прандтля

g — ускорение свободного падения

$Ra_q = \frac{\beta g q l^5}{a \nu k}$ — модиф. число Релея

u — отклонение температуры от равновесной

$Ra_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$ — число Релея

ν — кинематическую вязкость

$Os = \frac{q l^2}{k (u_\ell - u_w)}$ — число Остроградского

β — коэффициент объемного расширения

$Ste = \frac{\lambda}{c (u_s - u_\ell)}$ — число Стефана

$\mathbf{e} = (0, 1)$ — вектор, определяющий направление выталкивающей силы

$Bi = \frac{h l}{k}$ — число Био

q — мощность однородного теплового источника

δ — дельта-функция

λ — энтальпию фазового перехода

c — коэффициент теплоемкости

k — коэффициент теплопроводности

$Asp = l/x$ — аспектное отношение

$Nu = \frac{1}{l} \int_l \frac{Nu}{u_{av}} dl$ — среднее число Нуссельта

l — высота полости

$u_{av} = \frac{1}{V} \int_V u dV$ — средняя температура

x — ширина полости

h — коэффициент теплопередачи

u_ℓ — температура фазового перехода

u_w — температура стенки

ρ — плотность

$a = \frac{k}{\rho c}$ — коэффициент температуропроводности

$Q = \frac{1}{l} \int_l Nu dl$ — средний тепловой поток

Подиндексы

up — верхняя поверхность

sd — боковая поверхность

dn — нижняя граница

av — среднее значение

max — максимальное значение