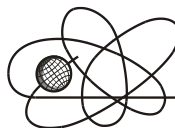




Российская Академия Наук

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ
БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ
АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ**



ИБРАЭ

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

**NUCLEAR SAFETY
INSTITUTE**

Препринт ИБРАЭ № ИБРАЭ-2002-12

Preprint IBRAE-2002-12

**В. М. Головизнин, В. П. Киселев, И. А. Короткин, В. Н. Семенов,
А. Г. Хромов, Ю. И. Юрков**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ
ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ
ИДЕНТИФИКАЦИИ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ДРОБНОЙ ДИФФУЗИИ**

УДК 504.054

Головизнин В.М., Киселев В.П., Короткин И.А., Семенов В.Н., Хромов А.Г., Юрков Ю.И. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДРОБНОЙ ДИФФУЗИИ. Препринт № ИБРАЭ-2002-12. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 2002. 37 с. — Библиогр.: 6 назв.

Аннотация

Рассматривается обратная задача идентификации параметров дробной диффузии по данным натуральных измерений. Для решения этой задачи предлагается использовать искусственные нейронные сети. Приведен краткий обзор нейронных сетей. Рассмотрены различные способы представления информации на входе в нейронную сеть. Также приведены результаты исследований влияния шумов и количества обучающих примеров на точность определения параметров дробной диффузии. В качестве результатов натуральных измерений используется численные решения прямой задачи.

©ИБРАЭ РАН, 2002

Goloviznin V., Kiselev V., Korotkin I., Semenov V., Hromov A., Yurkov Y. RESEACH OF OPPORTUNITIES OF PRACTICAL USE NEURAL NETWORKS FOR IDENTIFICATION OF THE BASIC PARAMETERS OF THE FRACTIONAL DIFFUSION. (In Russian). Preprint № ИБРАЭ-2002-12. Moscow: Nuclear Safety Institute RAS, 2002. 37 p. — Refs.: 6 items.

Abstract

The inverse problem of identification of fractional diffusion parameters is considered according to practical measurements. For the decision of this problem it is offered to use neural networks. The brief review neural networks is given. The various ways of representation of the information on an input in a neural network are considered. Results of research of noise influence and quantity of training examples on accuracy of definition of parameters fractional diffusion also are given. As results of practical measurements it is used numerical decisions of a direct problem.

©Nuclear Safety Institute, 2002

Исследование возможностей практического использования искусственных нейронных сетей для идентификации основных параметров дробной диффузии.

Головизнин В. М., Киселев В. П., Короткин И. А., Семенов В.Н., Хромов А.Г., Юрков Ю. И.

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

113191, Москва, ул. Б. Тульская, 52

тел.: (095) 958-14-12, эл. почта: gol@ibrae.ac.ru

Содержание

1	Введение.....	3
2	Нейронные сети.....	4
2.1	Основные положения.....	4
2.2	Алгоритм обратного распространения.....	7
3	Анализ влияния различных способов представления информации на входе в нейронную сеть на точность определения порядка дробной диффузии и коэффициента “скошенности”.....	10
3.1	Определение параметров дробной диффузии для точечного источника.....	10
3.2	Альтернативный способ определения параметров дробной диффузии для точечного источника.....	11
3.3	Построение сети, способной определять параметры дробной диффузии для произвольных распределений концентрации.....	12
3.4	Рекомендации по определению параметров дробной диффузии.....	12
3.5	Исследование влияния количества обучающих примеров на точность определения параметров дробной диффузии.....	14
4	Исследование влияния шума на точность определения параметров дробной диффузии.....	15
5	Заключение.....	15
6	Список литературы.....	16
7	Приложение.....	17

1 Введение

Одним из наиболее интересных и практически важных вопросов, стоящих перед гидрогеологами в связи с вопросами обоснования безопасности хранения высокоактивных долгоживущих радиоизотопов в геологических формациях, в настоящее время является вопрос об идентификации параметров дробной диффузии по результатам натурных измерений. В этом направлении существует достаточно много подходов, хотя ни один из них нельзя признать полностью удовлетворительным. Восстановление основных параметров, характеризующих процесс миграции, по экспериментальным данным или же по данным, полученным при численном решении прямой задачи, может быть произведено с помощью технологии искусственных нейронных сетей.

Цель настоящей работы заключается в изучении возможностей практического использования искусственных нейронных сетей для идентификации порядка дробной диффузии и коэффициента “скошенности” в одномерном случае.

В качестве средства построения и обучения нейронных сетей использовался пакет Statistica Neural Networks. Расчет обучающих и проверочных данных производился методом Фурье. В результате выработаны рекомендации по определению параметров дробной диффузии по натурным измерениям.

На сегодняшний день проблема, рассмотренная в данной работе, является актуальной, потому что перенос, описываемый операторами с дробными производными, на больших расстояниях от источника приводит к совершенно иному поведению относительно малых концентраций по сравнению с классической диффузией. Эти малые концентрации при дробной диффузии подчинены степенному закону убывания, и их существование может заставить пересмотреть существующие ранее представления о безопасности, базирующиеся на представлениях об экспоненциальной скорости затухания.

2 Нейронные сети.

В этом параграфе рассмотрены основные определения и положения, касающиеся нейронных сетей. Также приведено описание одного из основных алгоритмов обучения нейронной сети.

2.1 Основные положения.

В последние десятилетия в мире бурно развивается новая прикладная область математики, специализирующаяся на искусственных нейронных сетях (НС). Актуальность исследований в этом направлении подтверждается массой различных применений НС. Это автоматизация процессов распознавания образов, адаптивное управление, аппроксимация функционалов, прогнозирование, создание экспертных систем, организация ассоциативной памяти и многие другие приложения.

Широкий круг задач, решаемый НС, не позволяет в настоящее время создавать универсальные, мощные сети, вынуждая разрабатывать специализированные НС, функционирующие по различным алгоритмам.

Несмотря на существенные различия, отдельные типы НС обладают несколькими общими чертами.

Во-первых, основу каждой НС составляют относительно простые, в большинстве случаев – однотипные, элементы (ячейки), имитирующие работу нейронов мозга. Далее под нейроном будет подразумеваться искусственный нейрон, то есть ячейка НС. Каждый нейрон характеризуется своим текущим состоянием по аналогии с нервными клетками головного мозга, которые могут быть возбуждены или заторможены. Он обладает группой синапсов – однонаправленных входных связей, соединенных с выходами других нейронов, а также имеет аксон – выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов. Общий вид нейрона приведен на рис.1. Каждый синапс характеризуется величиной синаптической связи или ее весом w_i .

Текущее состояние нейрона определяется, как взвешенная сумма его входов:

$$s = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \quad (2.1.1)$$

Выход нейрона есть функция его состояния:

$$y = f(s) \quad (2.1.2)$$

Нелинейная функция f называется активационной и может иметь различный вид, как показано на рис.2. Одной из наиболее распространенных является нелинейная функция с насыщением, так называемая логистическая функция или сигмоид (т.е. функция S-образного вида):

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha x}} \quad (2.1.3)$$

При уменьшении α сигмоид становится более пологим, в пределе при $\alpha=0$ вырождаясь в горизонтальную линию на уровне 0.5, при увеличении α сигмоид приближается по внешнему виду к функции единичного скачка с порогом T в точке $x=0$. Из выражения для сигмоида очевидно, что выходное значение нейрона лежит в диапазоне $[0,1]$. Одно из ценных свойств сигмоидной функции – простое выражение для ее производной, применение которого будет рассмотрено в дальнейшем.

$$f'(x) = \alpha \cdot f(x) \cdot (1 - f(x)) \quad (2.1.4)$$

Следует отметить, что сигмоидная функция дифференцируема на всей оси абсцисс, что используется в некоторых алгоритмах обучения. Кроме того, она обладает свойством усиливать слабые сигналы лучше, чем большие, и предотвращает насыщение от больших сигналов, так как они соответствуют областям аргументов, где сигмоид имеет пологий наклон.

Возвращаясь к общим чертам, присущим всем НС, отметим, во-вторых, принцип параллельной обработки сигналов, который достигается путем объединения большого числа нейронов в так называемые

слои и соединения определенным образом нейронов различных слоев, а также, в некоторых конфигурациях, и нейронов одного слоя между собой, причем обработка взаимодействия всех нейронов ведется послойно.

В качестве примера простейшей НС рассмотрим трехнейронный персептрон (рис.3), то есть такую сеть, нейроны которой имеют активационную функцию в виде единичного скачка. На n входов поступают некие сигналы, проходящие по синапсам на 3 нейрона, образующие единственный слой этой НС и выдающие три выходных сигнала:

$$y_j = f \left[\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_{ij} \right], j=1...3 \quad (2.1.5)$$

Очевидно, что все весовые коэффициенты синапсов одного слоя нейронов можно свести в матрицу W , в которой каждый элемент w_{ij} задает величину i -ой синаптической связи j -ого нейрона. Таким образом, процесс, происходящий в НС, может быть записан в матричной форме:

$$Y = F(XW) \quad (2.1.6)$$

где X и Y – соответственно входной и выходной сигнальные векторы, $F(V)$ – активационная функция, применяемая поэлементно к компонентам вектора V .

Теоретически число слоев и число нейронов в каждом слое может быть произвольным, однако фактически оно ограничено ресурсами компьютера или специализированной микросхемы, на которых обычно реализуется НС. Чем сложнее НС, тем масштабнее задачи, подвластные ей.

Вопрос о необходимых и достаточных свойствах сети для решения того или иного рода задач представляет собой целое направление нейрокомпьютерной науки. Так как проблема синтеза НС сильно зависит от решаемой задачи, дать общие подробные рекомендации затруднительно. В большинстве случаев оптимальный вариант получается на основе интуитивного подбора.

Очевидно, что процесс функционирования НС, то есть сущность действий, которые она способна выполнять, зависит от величин синаптических связей, поэтому, задавшись определенной структурой НС, отвечающей какой-либо задаче, разработчик сети должен найти оптимальные значения всех переменных весовых коэффициентов (некоторые синаптические связи могут быть постоянными).

Этот этап называется обучением НС, и от того, насколько качественно он будет выполнен, зависит способность сети решать поставленные перед ней проблемы во время эксплуатации. На этапе обучения кроме параметра качества подбора весов важную роль играет время обучения. Как правило, эти два параметра связаны обратной зависимостью и их приходится выбирать на основе компромисса.

Обучение НС может вестись с учителем или без него. В первом случае сети предъявляются значения как входных, так и желательных выходных сигналов, и она по некоторому внутреннему алгоритму подстраивает веса своих синаптических связей. Во втором случае выходы НС формируются самостоятельно, а веса изменяются по алгоритму, учитывающему только входные и производные от них сигналы.

Существует великое множество различных алгоритмов обучения, которые, однако, делятся на два больших класса: детерминистские и стохастические. В первом из них подстройка весов представляет собой жесткую последовательность действий, во втором – она производится на основе действий, подчиняющихся некоторому случайному процессу.

Развивая дальше вопрос о возможной классификации НС, важно отметить существование бинарных и аналоговых сетей. Первые из них оперируют с двоичными сигналами, и выход каждого нейрона может принимать только два значения: логический ноль ("заторможенное" состояние) и логическая единица ("возбужденное" состояние). К этому классу сетей относится и рассмотренный выше персептрон, так как выходы его нейронов, формируемые функцией единичного скачка, равны либо 0, либо 1. В аналоговых сетях выходные значения нейронов способны принимать непрерывные значения, что могло бы иметь место после замены активационной функции нейронов персептрона на сигмоид.

Сети также можно классифицировать по числу слоев. На рис.4 представлен двухслойный персептрон, полученный из персептрона с рис.3 путем добавления второго слоя, состоящего из двух нейронов. Здесь уместно отметить важную роль нелинейности активационной функции, так как, если бы она не обладала данным свойством или не входила в алгоритм работы каждого нейрона, результат функционирования

любой р-слойной НС с весовыми матрицами $W^{(i)}$, $i=1,2,\dots,p$ для каждого слоя i сводился бы к перемножению входного вектора сигналов X на матрицу

$$W^{(\Sigma)} = W^{(1)} \cdot W^{(2)} \cdot \dots \cdot W^{(p)} \quad (2.1.7)$$

то есть фактически такая р-слойная НС эквивалентна однослойной НС с весовой матрицей единственного слоя $W^{(\Sigma)}$:

$$Y = XW^{(\Sigma)} \quad (2.1.8)$$

Продолжая разговор о нелинейности, можно отметить, что она иногда вводится и в синаптические связи. Большинство известных на сегодняшний день НС используют для нахождения взвешенной суммы входов нейрона формулу (2.1.1), однако в некоторых приложениях НС полезно ввести другую запись, например:

$$s = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot w_i \quad (2.1.9)$$

или даже

$$s = \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{((i+1) \bmod n)} \cdot w_i \quad (2.1.10)$$

Какие задачи может решать НС? Грубо говоря, работа всех сетей сводится к классификации (обобщению) входных сигналов, принадлежащих n -мерному гиперпространству, по некоторому числу классов. С математической точки зрения это происходит путем разбиения гиперпространства гиперплоскостями (запись для случая однослойного персептрона)

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_{ik} = T_k, k = 1 \dots m \quad (2.1.11)$$

Каждая полученная область является областью определения отдельного класса. Число таких классов для одной НС персептронного типа не превышает 2^m , где m – число выходов сети. Однако, не все из них могут быть разделены данной НС.

Например, однослойный персептрон, состоящий из одного нейрона с двумя входами, представленный на рис.5, не способен разделить плоскость (двумерное гиперпространство) на две полуплоскости так, чтобы осуществить классификацию входных сигналов по классам А и В (рис.6).

Уравнение сети для этого случая

$$x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = T \quad (2.1.12)$$

является уравнением прямой (одномерной гиперплоскости), которая ни при каких условиях не может разделить плоскость так, чтобы точки из множества входных сигналов, принадлежащие разным классам, оказались по разные стороны от прямой (рис.7).

Если присмотреться к рис.6, можно заметить, что данное разбиение на классы реализует логическую функцию исключающего ИЛИ для входных сигналов. Невозможность реализации однослойным персептроном этой функции получила название проблемы исключающего ИЛИ.

Функции, которые не реализуются однослойной сетью, называются линейно неразделимыми. Решение задач, подпадающих под это ограничение, заключается в применении 2-х и более слойных сетей или сетей с нелинейными синапсами, однако и тогда существует вероятность, что корректное разделение некоторых входных сигналов на классы невозможно.

Наконец, мы можем более подробно рассмотреть вопрос обучения НС, для начала – на примере персептрона с рис.3.

Рассмотрим алгоритм обучения с учителем.

1. Проинициализировать элементы весовой матрицы (обычно небольшими случайными значениями).
2. Подать на входы один из входных векторов, которые сеть должна научиться различать, и вычислить ее выход.
3. Если выход правильный, перейти на шаг 4. Иначе вычислить разницу между идеальным и полученным значениями выхода:

$$\delta = Y_l - Y$$

Модифицировать веса в соответствии с формулой:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + v \cdot \delta \cdot x_i$$

где t и $t+1$ – номера соответственно текущей и следующей итераций; v –

коэффициент скорости обучения, $v > 0$; i – номер входа; j – номер нейрона в слое.

Очевидно, что если $Y_l > Y$ весовые коэффициенты будут увеличены и тем самым уменьшат ошибку. В противном случае они будут уменьшены, и Y тоже уменьшится, приближаясь к Y_l .

4. Цикл с шага 2, пока сеть не перестанет ошибаться.

На втором шаге на разных итерациях поочередно в случайном порядке предъявляются все возможные входные вектора. К сожалению, нельзя заранее определить число итераций, которые потребуется выполнить, а в некоторых случаях и гарантировать полный успех.

2.2 Алгоритм обратного распространения.

Среди различных структур нейронных сетей (НС) одной из наиболее известных является многослойная структура, в которой каждый нейрон произвольного слоя связан со всеми аксонами нейронов предыдущего слоя или, в случае первого слоя, со всеми входами НС. Такие НС называются полносвязными. Когда в сети только один слой, алгоритм ее обучения с учителем довольно очевиден, так как правильные выходные состояния нейронов единственного слоя заведомо известны, и подстройка синаптических связей идет в направлении, минимизирующем ошибку на выходе сети. По этому принципу строится, например, алгоритм обучения однослойного персептрона. В многослойных же сетях оптимальные выходные значения нейронов всех слоев, кроме последнего, как правило, не известны, и двух или более слойный персептрон уже невозможно обучить, руководствуясь только величинами ошибок на выходах НС. Один из вариантов решения этой проблемы – разработка наборов выходных сигналов, соответствующих входным, для каждого слоя НС, что, конечно, является очень трудоемкой операцией и не всегда осуществимо. Второй вариант – динамическая подстройка весовых коэффициентов синапсов, в ходе которой выбираются, как правило, наиболее слабые связи и изменяются на малую величину в ту или иную сторону, а сохраняются только те изменения, которые повлекли уменьшение ошибки на выходе всей сети. Очевидно, что данный метод "тыка", несмотря на свою кажущуюся простоту, требует громоздких рутинных вычислений. И, наконец, третий, более приемлемый вариант – распространение сигналов ошибки от выходов НС к ее входам, в направлении, обратном прямому распространению сигналов в обычном режиме работы. Этот алгоритм обучения НС получил название процедуры обратного распространения. Именно он будет рассмотрен в дальнейшем.

Согласно методу наименьших квадратов, минимизируемой целевой функцией ошибки НС является величина:

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{j,p} (y_{j,p}^{(N)} - d_{j,p})^2 \quad (2.2.1)$$

где $y_{j,p}^{(N)}$ – реальное выходное состояние нейрона j выходного слоя N нейронной сети при подаче на ее входы p -го образа; $d_{j,p}$ – идеальное (желаемое) выходное состояние этого нейрона.

Суммирование ведется по всем нейронам выходного слоя и по всем обрабатываемым сетью образам. Минимизация ведется методом градиентного спуска, что означает подстройку весовых коэффициентов следующим образом:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \quad (2.2.2)$$

Здесь w_{ij} – весовой коэффициент синаптической связи, соединяющей i -ый нейрон слоя $n-1$ с j -ым нейроном слоя n , η – коэффициент скорости обучения, $0 < \eta < 1$.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \cdot \frac{\partial s_j}{\partial w_{ij}} \quad (2.2.3)$$

Здесь под y_j , как и раньше, подразумевается выход нейрона j , а под s_j – взвешенная сумма его входных сигналов, то есть аргумент активационной функции. Так как множитель dy_j/ds_j является производной этой функции по ее аргументу, из этого следует, что производная активационной функции должна быть определена на всей оси абсцисс. В связи с этим функция единичного скачка и прочие активационные функции с неоднородностями не подходят для рассматриваемых НС. В них применяются такие гладкие функции, как гиперболический тангенс или классический сигмоид с экспонентой. В случае гиперболического тангенса

$$\frac{dy}{ds} = 1 - s^2 \quad (2.2.4)$$

Третий множитель $\partial s_j / \partial w_{ij}$, очевидно, равен выходу нейрона предыдущего слоя $y_i^{(n-1)}$. Что касается первого множителя в (2.2.3), он легко раскладывается следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot \frac{\partial s_k}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \quad (2.2.5)$$

Здесь суммирование по k выполняется среди нейронов слоя $n+1$. Введя новую переменную

$$\delta_j^{(n)} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \quad (2.2.6)$$

мы получим рекурсивную формулу для расчетов величин $\delta_j^{(n)}$ слоя n из величин $\delta_k^{(n+1)}$ более старшего слоя $n+1$.

$$\delta_j^{(n)} = \left[\sum_k \delta_k^{(n+1)} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \right] \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \quad (2.2.7)$$

Для выходного же слоя

$$\delta_l^{(N)} = (y_l^{(N)} - d_l) \cdot \frac{dy_l}{ds_l} \quad (2.2.8)$$

Теперь мы можем записать (2.2.2) в раскрытом виде:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)} \quad (2.2.9)$$

Иногда для придания процессу коррекции весов некоторой инерционности, сглаживающей резкие скачки при перемещении по поверхности целевой функции, (2.2.9) дополняется значением изменения веса на предыдущей итерации

$$\Delta w_{ij}^{(n)}(t) = -\eta \cdot (\mu \cdot \Delta w_{ij}^{(n)}(t-1) + (1-\mu) \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)}) \quad (2.2.10)$$

где μ – коэффициент инерционности, t – номер текущей итерации. Таким образом, полный алгоритм обучения НС с помощью процедуры обратного распространения строится так:

1. Подать на входы сети один из возможных образов и в режиме обычного функционирования НС, когда сигналы распространяются от входов к выходам, рассчитать значения последних. Напомним, что

$$s_j^{(n)} = \sum_{i=0}^M y_i^{(n-1)} \cdot w_{ij}^{(n)} \quad (2.2.11)$$

где M – число нейронов в слое $n-1$ с учетом нейрона с постоянным выходным состоянием $+1$, задающего смещение; $y_i^{(n-1)} = x_{ij}^{(n)}$ – i -ый вход нейрона j слоя n .

$$y_j^{(n)} = f(s_j^{(n)}) \quad (2.2.12)$$

где f – сигмоид

$$y_q^{(0)} = I_q \quad (2.2.13)$$

где I_q – q -ая компонента вектора входного образа.

2. Рассчитать δ^N для выходного слоя по формуле (2.2.8). Рассчитать по формуле (2.2.9) или (2.2.10) изменения весов $\Delta w^{(N)}$ слоя N .
3. Рассчитать по формулам (2.2.7) и (2.2.9) (или (2.2.7) и (2.2.10)) соответственно δ^n и $\Delta w^{(n)}$ для всех остальных слоев, $n=N-1, \dots, 1$.
4. Скорректировать все веса в НС

$$w_{ij}^{(n)}(t) = w_{ij}^{(n)}(t-1) + \Delta w_{ij}^{(n)}(t) \quad (2.2.14)$$

5. Если ошибка сети существенна, перейти на шаг 1. В противном случае – конец.

3 Анализ влияния различных способов представления информации на входе в нейронную сеть на точность определения порядка дробной диффузии и коэффициента “скошенности”.

В данном параграфе изучается способность нейронных сетей идентифицировать параметры дробной диффузии (порядок дробной диффузии $\alpha \in [1;2]$ и коэффициент “скошенности” $\beta \in [-1;1]$) в случае одномерной задачи. Для простоты рассматривается уравнение дробной диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nu \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + (1+\beta) \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{\partial^\alpha C}{\partial x^\alpha} + (1-\beta) \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{\partial^\alpha C}{\partial (-x)^\alpha}; \quad (3.1)$$

с параметрами $\nu = 0$ и $D = 1$.

В качестве нейронной сети выбран многослойный перцептрон с двумя скрытыми слоями, поскольку этот тип сети дает наибольшие возможности при исследовании нелинейных зависимостей. Выходными параметрами нейронной сети являются порядок дробной диффузии и коэффициент “скошенности”. Чтобы облегчить процесс обучения (оставить один выходной параметр) и добиться большей точности предлагается разделить задачу, т.е. построить две одинаковые сети. В одной выходным параметром положить

порядок дробной диффузии, а в другой коэффициент “скошенности”. Что же касается входного слоя, то для его формирования можно придумать огромное количество способов. С одной стороны, чтобы точнее описать всю сложность процесса нужно взять как можно больше входных параметров, но с другой стороны это сильно затрудняет процесс обучение нейронной сети. Поэтому, какой из способов формирования входных параметров лучше может показать только опыт.

Далее рассматриваются четыре различных способа формирования входного слоя. Обучение нейронных сетей проводилось с помощью пакета программ STATISTICA Neural Networks. Расчет обучающих и тестовых данных производился методом Фурье на сетке содержащей 1024 точки.

3.1 Определение параметров дробной диффузии для точечного источника.

Рассмотрим дробную диффузию точечного источника. Один из самых простых и очевидных способов построения входного набора заключается в задании нескольких профилей концентрации через заданные моменты времени.

Расчеты проводились для сети с 50 входными параметрами. Три профиля концентрации задавались 48 точками, первый профиль соответствовал профилю сеточной дельта функции по прошествию времени t_0 , а каждый следующий профиль отделялся от предыдущего временем dt . Т.к. 16 точек недостаточно точно описывают поведение профиля, то неразумно брать значение обычной концентрации. Поэтому использовались интегральные значения концентрации (площадь в каждой ячейке). Схематический вид сети показан на рис.8.

Обучающее множество было получено численным решением уравнения (3.1) при следующих значениях параметров:

$$\alpha \in [1.1; 2] \text{ с шагом } 0.1$$

$$\beta \in [-1; 1] \text{ с шагом } 0.1$$

$$t_0 \in [0.1; 0.5] \text{ с шагом } 0.1$$

$$dt \in [0.1; 0.5] \text{ с шагом } 0.1$$

всего 5250 обучающих примеров

Тестовое множество было получено решением того же уравнения с параметрами:

$$\alpha \in [1.05; 1.95] \text{ с шагом } 0.1$$

$$\beta \in [-0.95; 0.95] \text{ с шагом } 0.1$$

$$t_0 \in [0.15; 0.45] \text{ с шагом } 0.1$$

$$dt \in [0.15; 0.45] \text{ с шагом } 0.1$$

всего 3200 тестовых примеров

Таким образом, примеры из обучающего и тестового множества не совпадали. На рис.9 и рис.10 приведены графики для действительных значений параметров α и β , и значений, определенных с помощью нейронных сетей. Из графиков видно, что результаты, полученные с помощью данных нейронных сетей, являются достаточно точными для определения параметра α (средняя ошибка определения α равна 0.004, максимальная ошибка определения α равна 0.02) и недостаточно точными для определения параметра β (средняя ошибка определения β равна 0.06, максимальная ошибка определения β равна 0.57). Также из графика видно, что наибольшее расхождение для β наблюдается в области $\alpha \approx 1$ и $\alpha \approx 2$. Это связано с тем, что при малых α смещение профиля велико, а при $\alpha \approx 2$ его почти не заметно и возможно в этих областях способность нейронной сети определить зависимость уменьшается. Интересно посмотреть, будет ли нейронная сеть давать такие же результаты, если в качестве тестового множества использовать множество, полученное при тех же значениях параметров, но для других функций. На рис.11-16 приведены результаты, полученные для функции Гаусса, двух дельта-функций и трех дельта-функций соответственно, из которых можно сделать вывод, что данные сети нельзя использовать для идентификации параметров дробной диффузии для функций отличных от обучающих. Для повышения точности определения параметров рассмотрим другой способ построения сети.

3.2 Альтернативный способ определения параметров дробной диффузии для точечного источника.

Рассмотрим дробную диффузию точечного источника. В связи с тем, что при разных α и одном и том же dt профиль концентрации ведет себя по разному (при малых α смещение профиля велико, а при $\alpha \approx 2$ его почти не заметно) и это предположительно снижает степень обучаемости нейронной сети, то предлагается выбирать профили концентрации не через промежутки времени, а через время, за которое максимум концентрации уменьшится (для определения параметра α) или сместится (для определения параметра β) на заданную величину.

Расчеты проводились для сети с 50 входными параметрами. Три профиля концентрации задавались 48 точками, первый профиль соответствовал профилю сеточной дельта функции на момент, когда ее максимум уменьшился на заданное количество процентов (для определения параметра α) или сместился на заданное количество ячеек (для определения параметра β) от максимума дельта функции на момент, когда отношение максимума к ширине на полувысоте равнялось 20 (аналог t_0). Каждый следующий профиль определялся уменьшением максимума на заданное количество процентов (для определения параметра α) или смещением максимума на заданное количество ячеек (для определения параметра β) относительно предыдущего положения (аналог dt). Используются интегральные значения концентрации (площадь в каждой ячейке). Схематический вид сети показан на рис.8.

Обучающее множество было получено решением уравнения (3.1) со следующими значениями параметров:

$\alpha \in [1.1; 2]$ с шагом 0.1
 $\beta \in [-1; 1]$ с шагом 0.1
аналог $t_0 \in [100\%; 40\%]$ с шагом 10%
аналог $dt \in [2\%; 8\%]$ с шагом 2%
всего 5680 обучающих примеров

Тестовое множество было получено решением того же уравнения с параметрами:

$\alpha \in [1.05; 1.95]$ с шагом 0.1
 $\beta \in [-0.95; 0.95]$ с шагом 0.1
аналог $t_0 \in [95\%; 35\%]$ с шагом 10%
аналог $dt \in [3\%; 9\%]$ с шагом 2%
всего 2500 тестовых примеров

На рис.17 и рис.18 приведены графики для действительных значений параметров α и β , и значений, определенных с помощью нейронных сетей. Из графиков видно, что результаты, полученные с помощью данных нейронных сетей, увеличили точность определения параметра α (средняя ошибка определения α равна 0.003, максимальная ошибка определения α равна 0.1) и точность определения параметра β (средняя ошибка определения β равна 0.009, максимальная ошибка определения β равна 0.25). На рис.19-22 приведены для сравнения результаты, полученные для функции Гаусса и двух дельта-функций соответственно, из которых можно сделать вывод, что данные сети нельзя использовать для идентификации параметров дробной диффузии для функций отличных от обучающих. Для повышения точности определения параметров для функций отличных от обучающей рассмотрим следующий способ построения сети.

3.3 Построение сети способной определять параметры дробной диффузии для произвольных распределений концентрации.

Исходя из выше рассмотренных способов, можно сделать предположение, что результаты получают-ся удовлетворительные, если обучающая и тестовая функции совпадают. Если это так, то можно предположить, что если обучить сеть на большом количестве разных функций, то, возможно, эту сеть можно будет использовать для любых профилей концентрации. Исследование этого подхода и рассматривается в настоящем пункте.

Расчет производился для сети с 32 входными параметрами (рис.23). Два профиля концентрации задавались 32 точками. Обучающее множество рассчитывалось для 20 произвольных функций при каждом значении параметров α и β , полученных соединением прямыми отрезками случайным образом выбранных точек. Здесь приводятся результаты для сети с двумя профилями концентраций во входном слое сети в отличие от предыдущих способов. Это связано с тем, что это заметно облегчает обучение нейронной сети и к тому же дает лучшие результаты. Начальное распределение концентрации было получено соединением прямой линией случайно распределенных точек в средних 8 ячейках.

Обучающее множество было получено решением уравнения (3.1) со следующими значениями параметров:

$$\alpha \in [1.05; 2] \text{ с шагом } 0.05$$

$$\beta \in [-1; 1] \text{ с шагом } 0.05$$

всего 16000 обучающих примеров (20 реализаций для каждой пары параметров).

Тестовое множество было получено решением того же уравнения с параметрами:

$$\alpha \in [1.025; 1.975] \text{ с шагом } 0.05$$

$$\beta \in [-0.975; 0.975] \text{ с шагом } 0.05$$

всего 32000 тестовых примеров (40 реализаций для каждой пары параметров).

На рис.24 и рис.25 приведены графики для действительных значений параметров α и β , и значений, определенных с помощью нейронных сетей. Из графиков видно, что результаты, полученные с помощью данных нейронных сетей, неудовлетворительны, как для порядка дробной диффузии (средняя ошибка 0.037, максимальная ошибка 0.62), так и для коэффициента “скошенности” (средняя ошибка 0.16, максимальная ошибка 1.36). Мы здесь не будем приводить графики для дельта-функции и функции Гаусса, поскольку они показывают результат гораздо худший, чем приведен на рис.24 - 25. Неудачный опыт построения сети с таким достаточно большим количеством обучающих примеров для определения параметров дробной диффузии произвольных распределений концентрации привел нас к выводу, что если и можно построить такую универсальную сеть для любых функций, то это требует гораздо большей вычислительной мощности, что не позволяет использовать для этих целей персональные компьютеры.

3.4 Рекомендации по определению параметров дробной диффузии.

Подведя итог всех полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Нецелесообразно строить универсальную нейронную сеть, которая бы достаточно точно определяла параметры дробной диффузии для любых профилей концентрации.
2. Можно построить нейронную сеть, достаточно точно определяющую параметры дробной диффузии, для каждого конкретного профиля концентрации.
3. Обезразмеривание интервала между профилями концентрации позволяет более точно определять параметры дробной диффузии.
4. Достаточно использовать профили концентраций всего в два момента времени.
5. Если обучать сеть для конкретной функции (начальный профиль одинаковый во всех примерах), то остается всего один профиль концентраций, подаваемый на вход нейронной сети (всего 16 параметров).
6. Задачу можно разделить. Сначала определить порядок дробной диффузии, а затем, зная порядок дробной диффузии определить коэффициент “скошенности”.

Предлагается следующая последовательность шагов по решению задачи (рис.27):

1. Измеряется профиль концентрации в начальный момент времени $C_0(x)$.
2. Измеряется профиль концентрации через некоторый момент времени $C_1(x)$.
3. Выбираем x_1 и x_2 , так чтобы они отсекали равные площади. S_1 – площадь между x_1 и x_2 .
4. Определяем $\Delta S_1 / S$.

5. Обучаем нейронную сеть (рис.26), на вход которой подается профиль концентрации при разных значениях параметров дробной диффузии на тот момент времени, когда отношение $\Delta S_1 / S$ приняло значение, определенное в пункте 4.
6. Подав на вход обученной сети $C_1(x)$ определяем порядок дробной диффузии.
7. Обучаем нейронную сеть, на вход которой подается профиль концентрации при разных значениях коэффициента “скошенности” на тот момент времени, когда отношение $\Delta S_1 / S$ приняло значение, определенное в пункте 4.
8. Подав на вход обученной сети $C_1(x)$ определяем коэффициент “скошенности”.

По данной методике были произведены расчеты для следующих функций:

1. Дельта функция (рис.28).
2. Функция Гаусса, полученная из дельта-функции решением классического уравнения диффузии с $t=0.03$.
3. Прямоугольник (рис.33).
4. Произвольная функция (рис.36).

Расчеты для определения порядка дробной диффузии производились

для обучающего множества при

$$\alpha \in [1.1; 2] \text{ с шагом } 0.025$$

$$\beta \in [-1; 1] \text{ с шагом } 0.025$$

всего 3200 обучающих примеров.

для тестового множества при

$$\alpha \in [1.1125; 1.9875] \text{ с шагом } 0.025$$

$$\beta \in [-0.9875; 0.9875] \text{ с шагом } 0.025$$

всего 3200 тестовых примеров.

Расчеты для определения коэффициента “скошенности” производились при

$$\beta \in [-1; 1] \text{ с шагом } 0.001$$

всего 2000 обучающих примеров.

Построенные сети дали следующие результаты:

1. Дельта функция.
 - Средняя ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0001(рис.29).
 - Максимальная ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0038.
 - Средняя ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.01(рис.30).
 - Максимальная ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.02.
2. Функция Гаусса.
 - Средняя ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0003(рис.31).
 - Максимальная ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0007.
 - Средняя ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.0001(рис.32).
 - Максимальная ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.0002.
3. Прямоугольник.
 - Средняя ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0005(рис.34).
 - Максимальная ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0023.
 - Средняя ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.0009(рис.35).

- Максимальная ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.0016.
4. Произвольная функция.
- Средняя ошибка определения порядка дробной диффузии 0.00009(рис.37).
 - Максимальная ошибка определения порядка дробной диффузии 0.0004.
 - Средняя ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.0005(рис.38).
 - Максимальная ошибка определения коэффициента “скошенности” 0.001.

Полученные удовлетворительные результаты для четырех видов функций позволяет на наш взгляд считать данную методику определения параметров дробной диффузии достойной применения в практических задачах.

3.5 Исследование влияния количества обучающих примеров на точность определения параметров дробной диффузии.

Все исследования выше по построению и обучению нейронных сетей проводились при достаточно большом количестве обучающих примеров (3000 и более). При столь больших наборах обучающих примеров с помощью метода, предложенного в п.3.4., оценки параметров дробной диффузии были получены с очень высокой точностью (0.001 и менее). В реальных задачах такая точность, как правило, не нужна, поэтому интересно рассмотреть вопрос о зависимости точности определения параметров дробной диффузии от количества обучающих примеров.

В настоящей работе приведены результаты исследований точности определения порядка дробной диффузии в зависимости от количества обучающих примеров для функции представленной на рис.39. Расчеты были проведены при следующих наборах обучающих примеров:

1. 15 примеров.
 $\alpha \in [1.1;2]$ с шагом 0.45;
 $\beta \in [-1;1]$ с шагом 0.5;
2. 45 примеров.
 $\alpha \in [1.1;2]$ с шагом 0.225;
 $\beta \in [-1;1]$ с шагом 0.25;
3. 210 примеров.
 $\alpha \in [1.1;2]$ с шагом 0.1;
 $\beta \in [-1;1]$ с шагом 0.1;
4. 779 примеров.
 $\alpha \in [1.1;2]$ с шагом 0.05;
 $\beta \in [-1;1]$ с шагом 0.05;

На рис.40 приведены графики зависимости максимальной и среднеквадратичной ошибок в зависимости от количества обучающих примеров. Из графиков видно, что чтобы достичь точности порядка 1 - 10% (характерной для реальных задач) достаточно обучать нейронную сеть на 15 – 45 примерах.

4 Исследование влияния шума на точность определения параметров дробной диффузии.

Одним из не маловажных вопросов является вопрос об устойчивости предложенного метода определения параметров дробной диффузии к внесению шума. В данной работе рассматривался шум следующего вида

$$C_{\text{за шумленное}} = C_{\text{истинное}} \cdot EXP(\sigma \cdot \xi) \quad (4.1)$$

где $\xi \in (-0.5; 0.5)$ - равномерно распределенная случайная величина.

Расчеты проводились в области $\sigma \in (0; 1)$. Наименьшие ошибки наблюдались при порядках дробной диффузии близких к 2, а наибольшие при порядках дробной диффузии близких к 1. Для примера здесь приведены результаты для порядков дробной диффузии 1.3125 и 1.8125 и коэффициенте “скошенности” равном 0 полученные с помощью многослойного персептрона с двумя скрытыми слоями (рис.42-43). Также приведены результаты расчетов для многослойного персептрона с одним скрытым слоем для порядков дробной диффузии 1.3 и 1.8(рис.44-45). Расчеты производились следующим образом:

1. Интегральный профиль концентрации $C_0(x)$ в каждой из 16 ячеек подвергался зашумлению (рис.41).
2. Для зашумленного профиля обучалась нейронная сеть.
3. Для истинного профиля рассчитывался профиль $C_1(x)$.
4. Профиль $C_1(x)$ зашумлялся (10000 реализаций).
5. Зашумленный профиль подавался на вход обученной нейронной сети. Определялся порядок дробной диффузии.

Таким образом бралась одна реализация для $C_0(x)$ и 10000 реализаций для $C_1(x)$. На графиках 42-45 приведены среднеквадратичная и максимальная ошибки определения порядка дробной диффузии в зависимости от величины шума. Из графиков видно, что метод более чувствителен к малым порядкам дробной диффузии. Исходя из полученных результатов, можно сказать, что предложенный метод дает достаточно хорошие результаты при уровнях шума $\sigma < 0.2$.

5 Заключение.

В данной работе произведено исследование на предмет использования искусственных нейронных сетей для идентификации параметров дробной диффузии (порядка дробной диффузии и коэффициента “скошенности”). Изучен вопрос эффективности различных способов представления информации на входе в нейронную сеть. Проведено исследование точности определения параметров дробной диффузии в зависимости от количества обучающих примеров для нейронной сети. Также рассмотрено влияние шумов на точность определения параметров дробной диффузии.

В результате исследования выработаны рекомендации по определению параметров дробной диффузии по натурным измерениям или результату, полученному при решении прямой задачи.

6 Список литературы.

1. В.М. Головизнин, В.П. Киселев, И.А. Короткин, Ю.И. Юрков. “Некоторые особенности вычислительных алгоритмов для уравнений дробной диффузии”.
2. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks. М.: Горячая линия – Телеком.
3. С. Короткий “Нейронные сети: основные положения”.
4. С. Короткий “Нейронные сети: алгоритм обратного распространения”.
5. С. Короткий “Нейронные сети: обучение без учителя”.
6. С. Короткий “Нейронные сети Хопфилда и Хэмминга”.

7 Приложение.

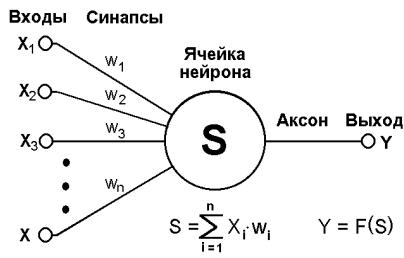


Рис.1. Искусственный нейрон.

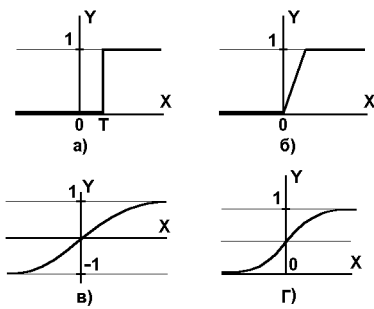


Рис.2. а) функция единичного скачка; б) линейный порог (гистерезис); в) сигмоид – гиперболический тангенс; г) сигмоид – формула (2.1.3).

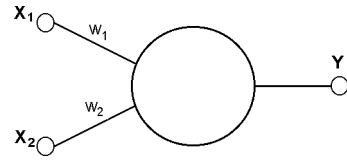


Рис.5. Однонейронный перцептрон.

x_1	x_2	0	1
0		A	B
1		B	A

Рис.6.

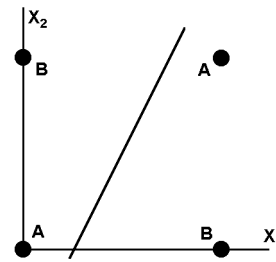


Рис.7. Визуальное представление работы НС с рисунка 5.

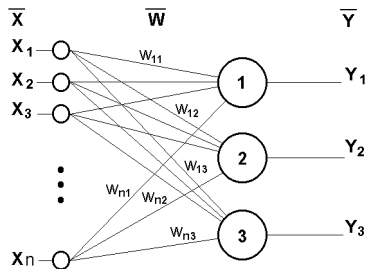


Рис.3. Однослойный перцептрон.

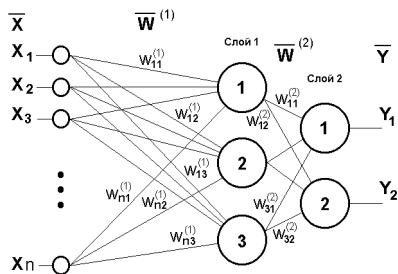


Рис.4. Двухслойный перцептрон.

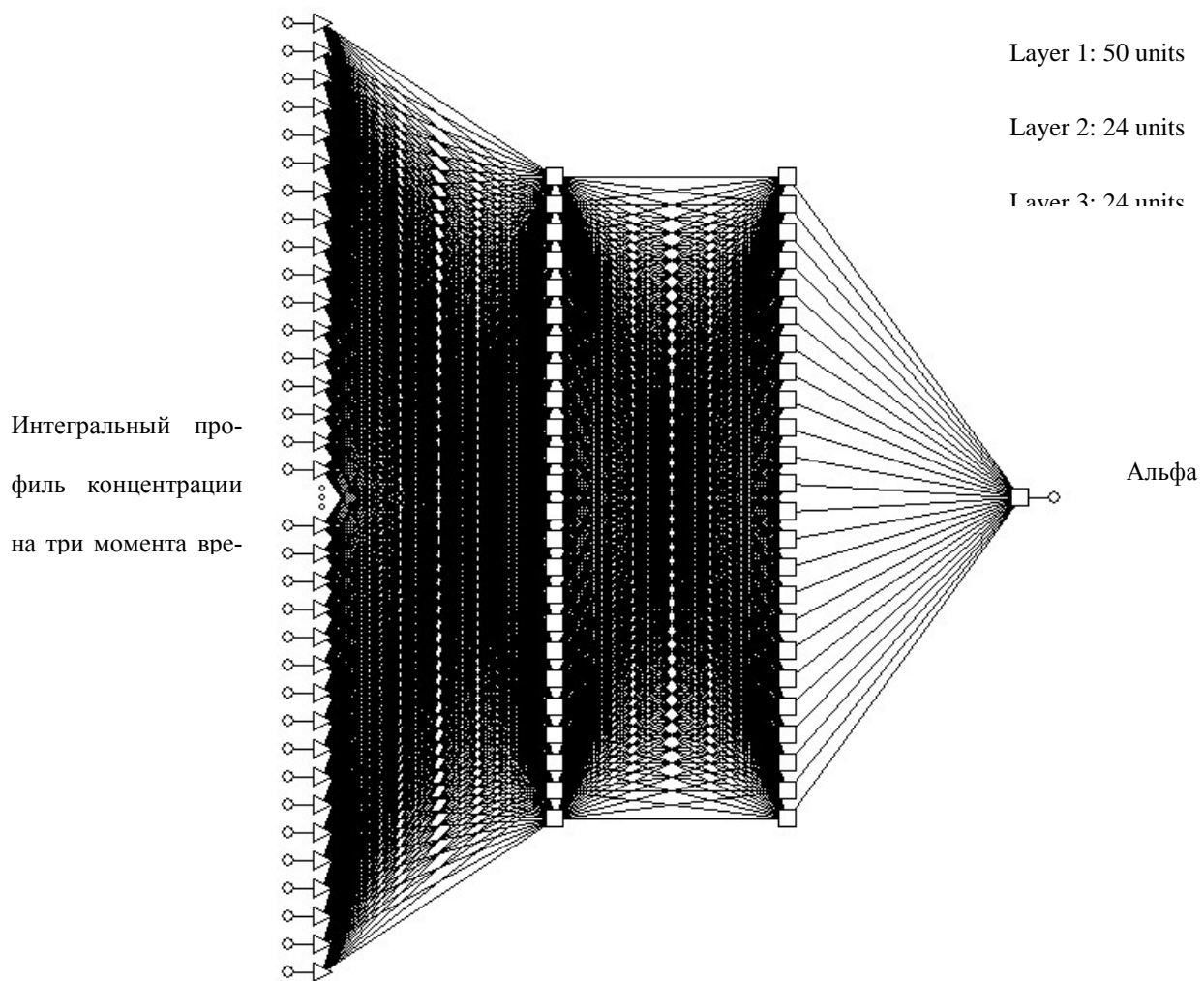


Рис.8.Схематический вид нейронной сети для определения параметров дробной диффузии точечного источника.

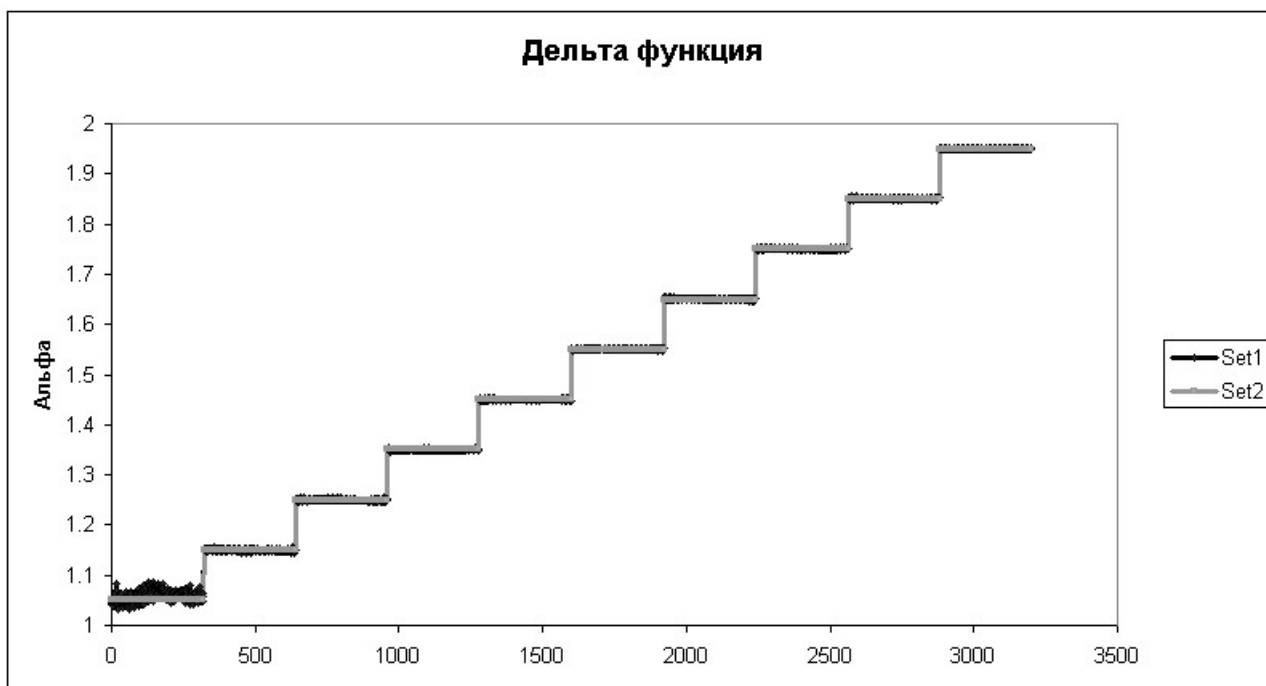


Рис.9.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

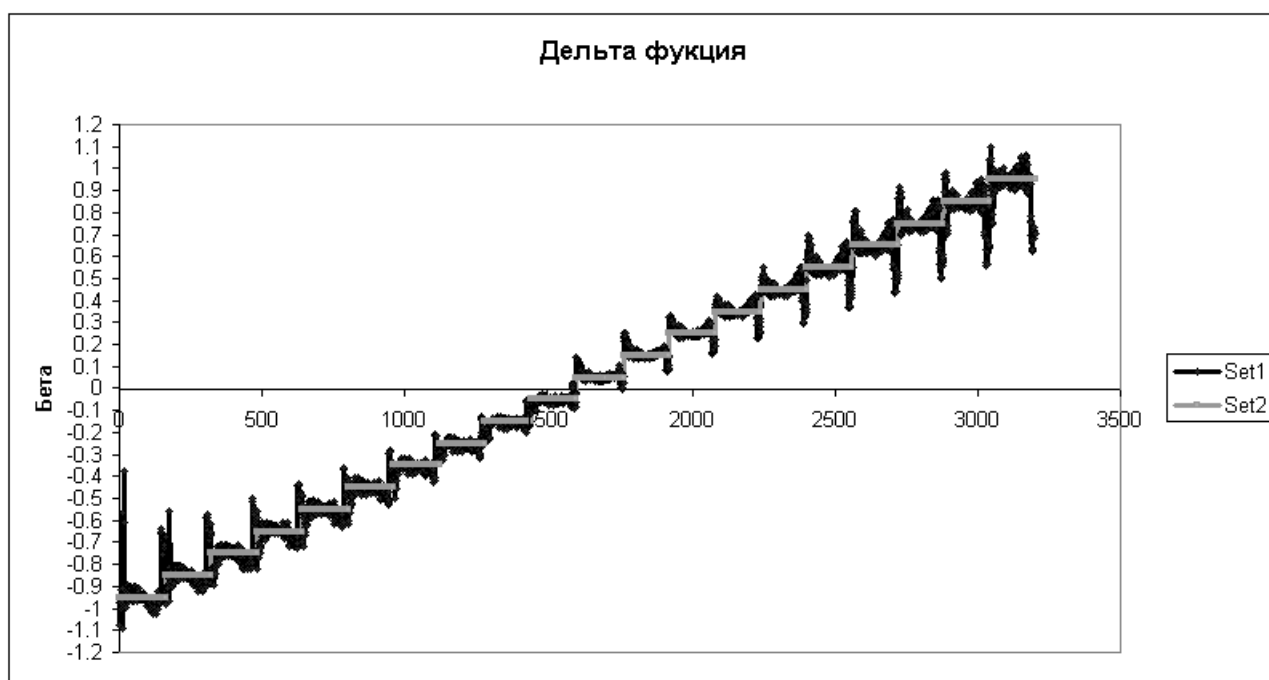


Рис.10.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

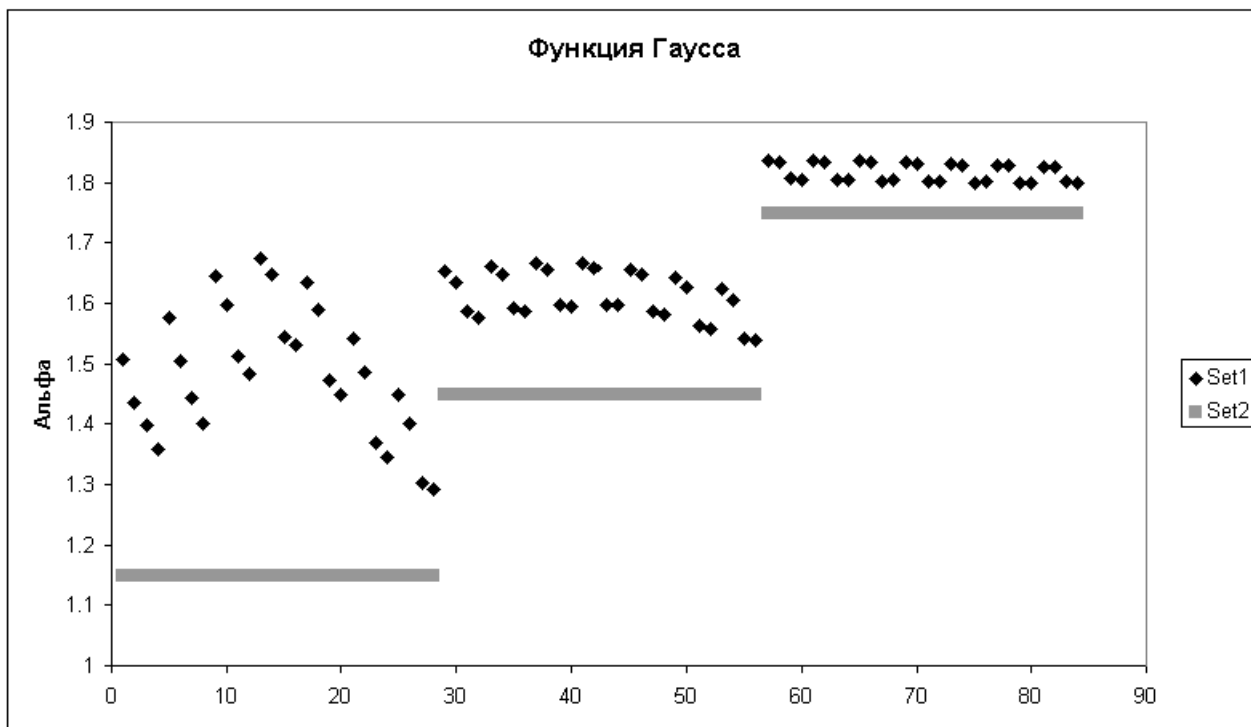


Рис.11.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определенных с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

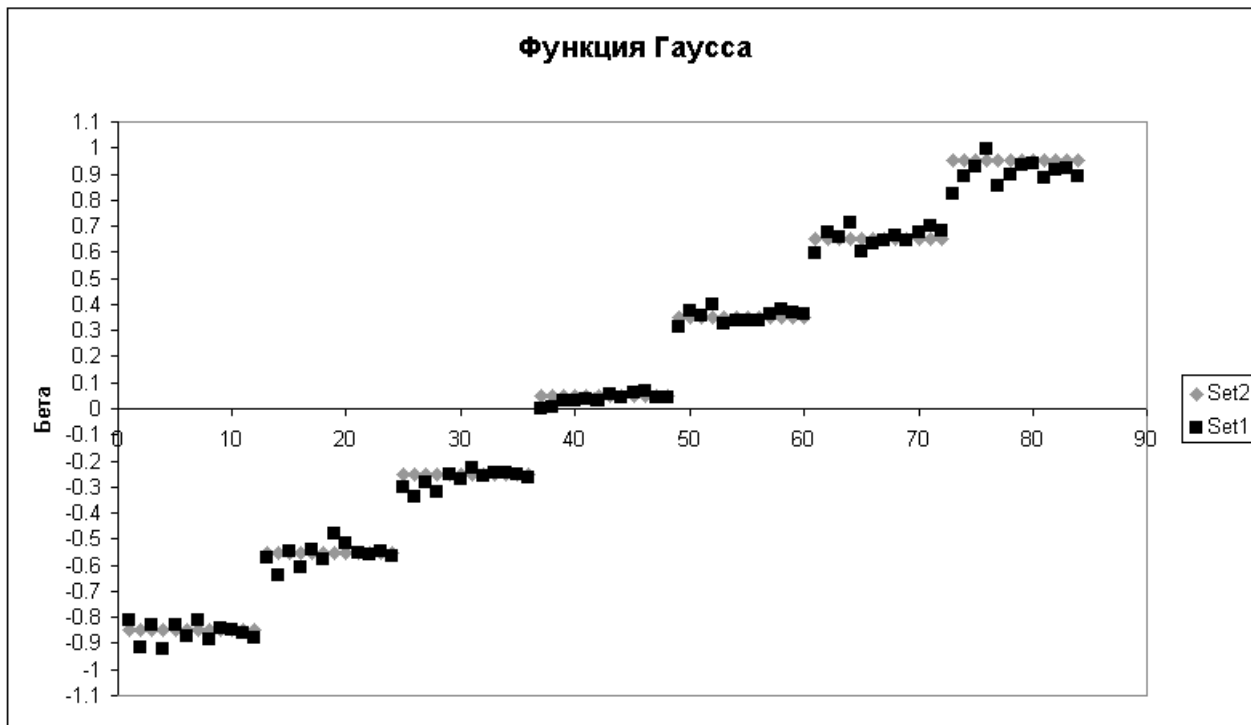


Рис.12.Графики действительных значений параметра бета и значений, определенных с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

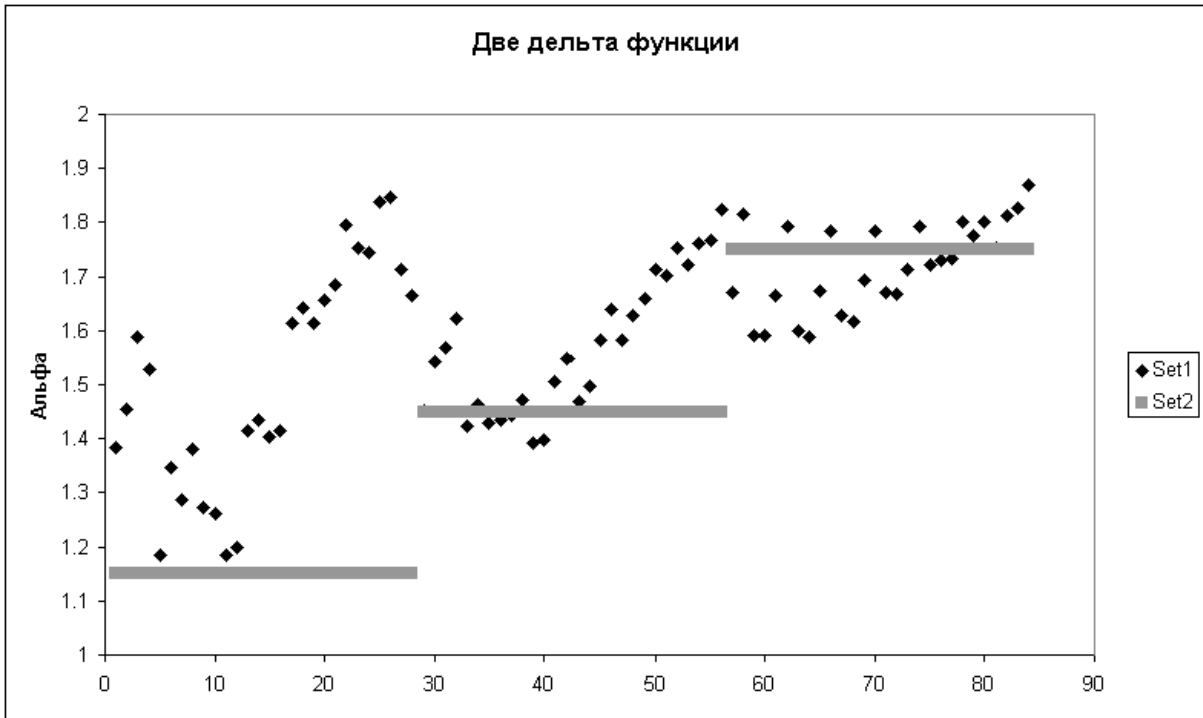


Рис.13.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде двух дельта функций(Set1 – значения, определеннне с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

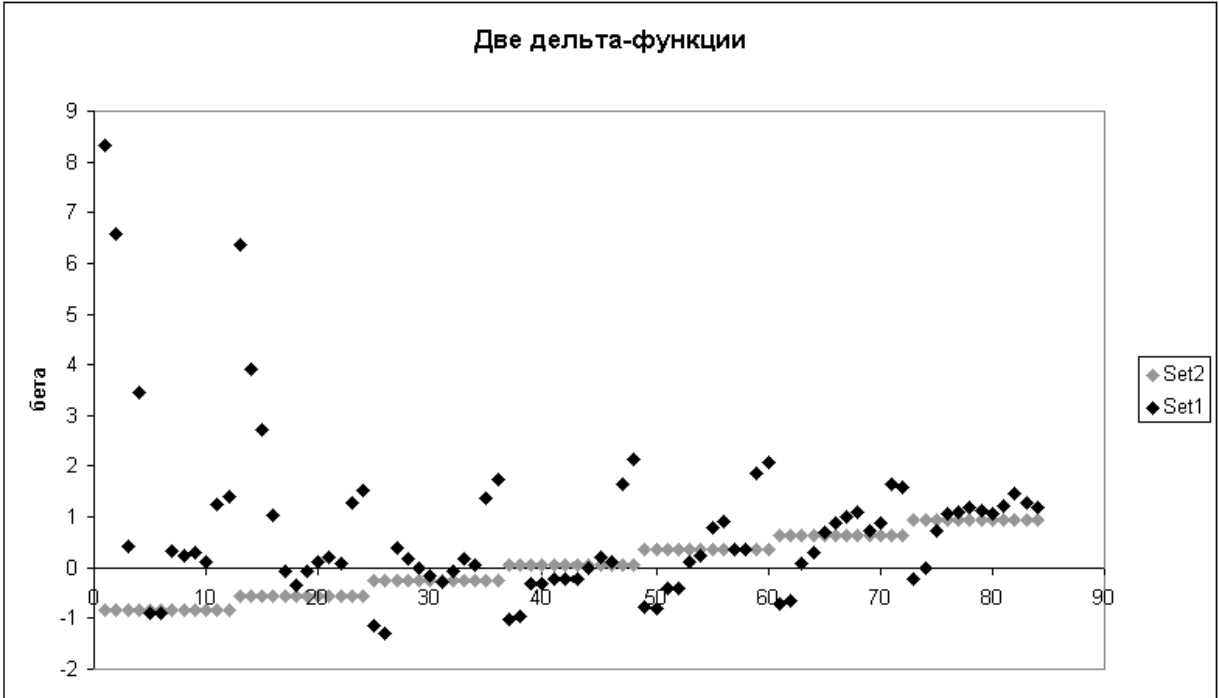


Рис.14.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде двух дельта функций(Set1 – значения, определеннне с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

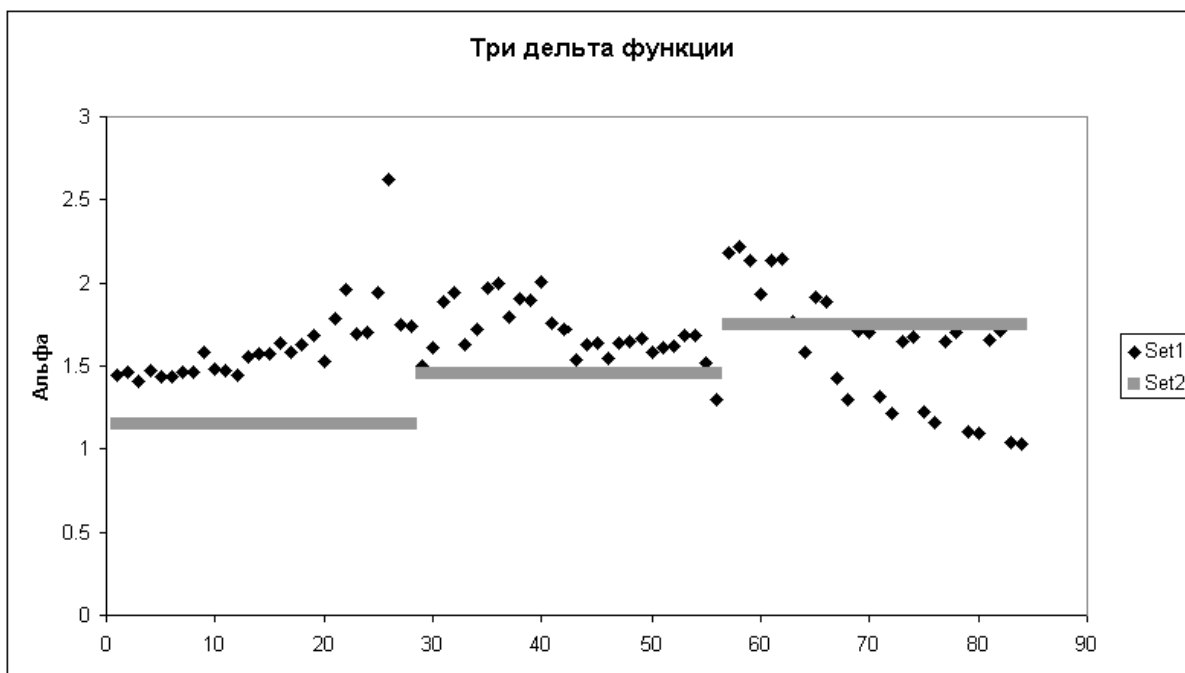


Рис.15.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде трех дельта функций(Set1 – значения, определеннй с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

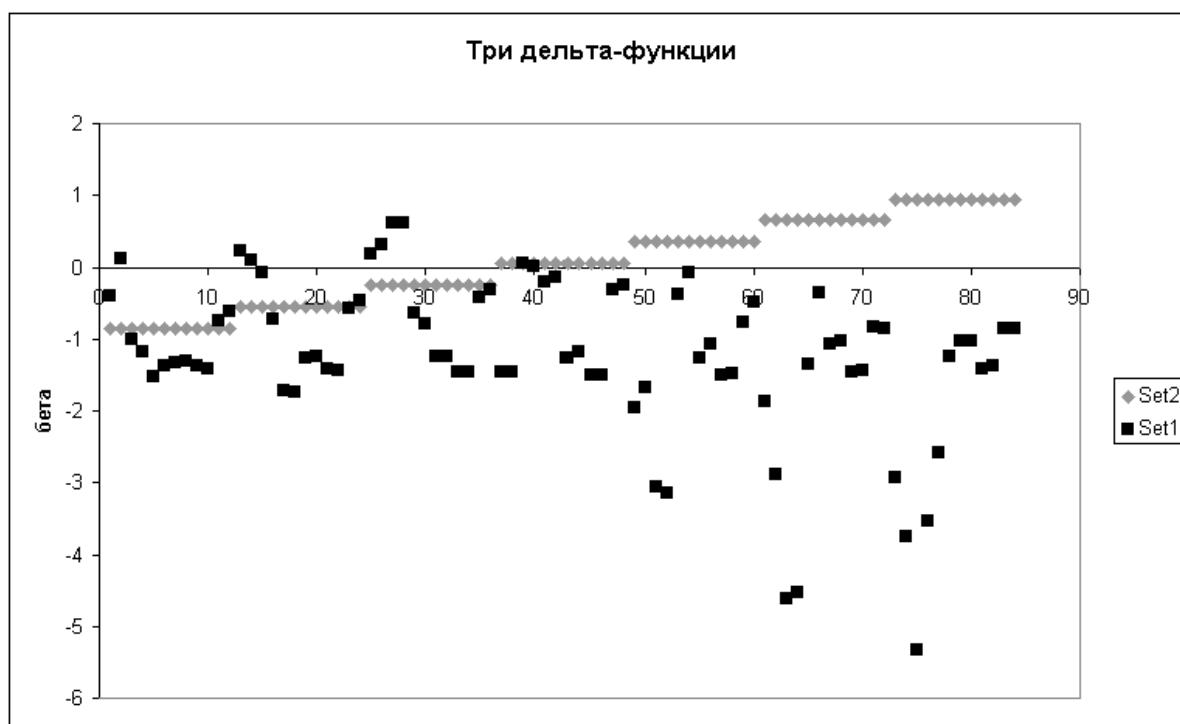


Рис.16.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде трех дельта функций(Set1 – значения, определеннй с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

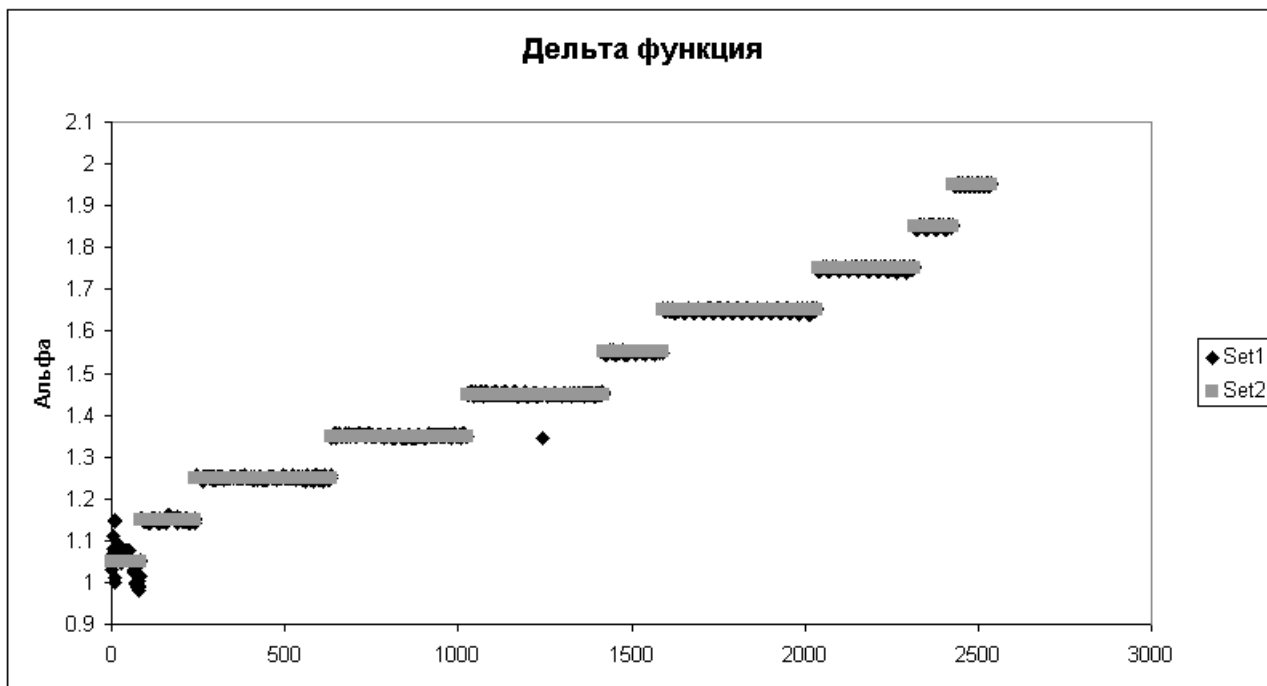


Рис.17.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

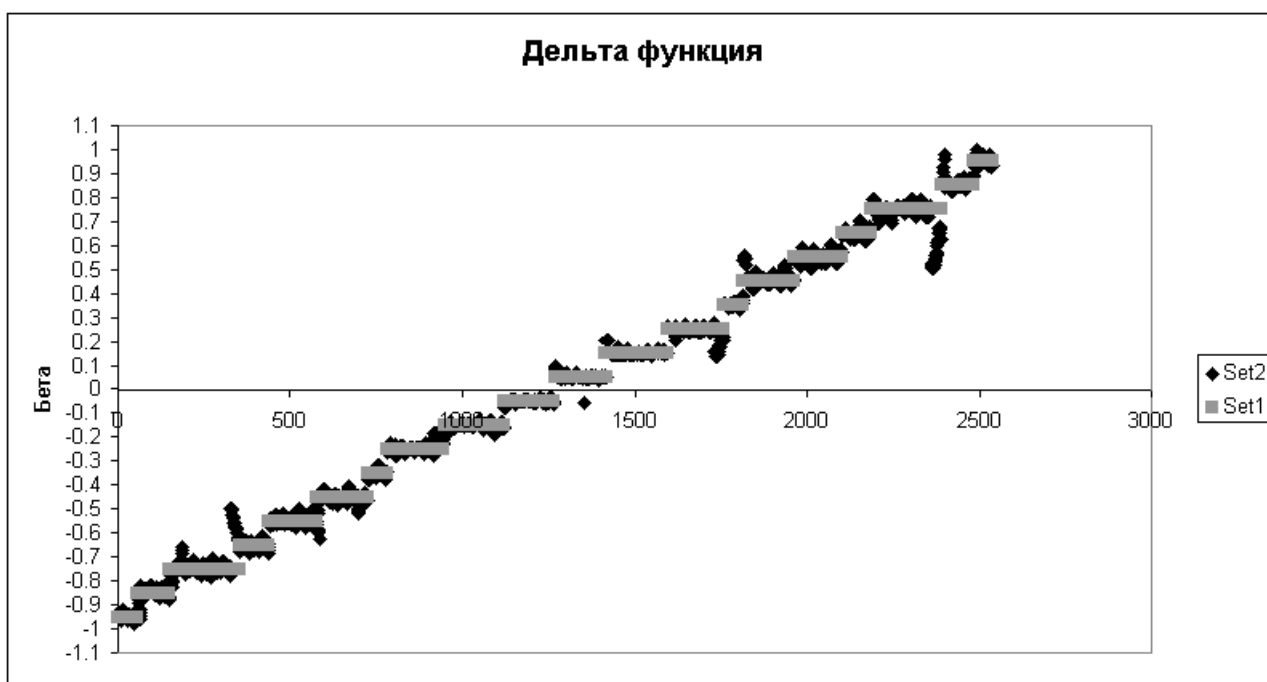


Рис.18.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

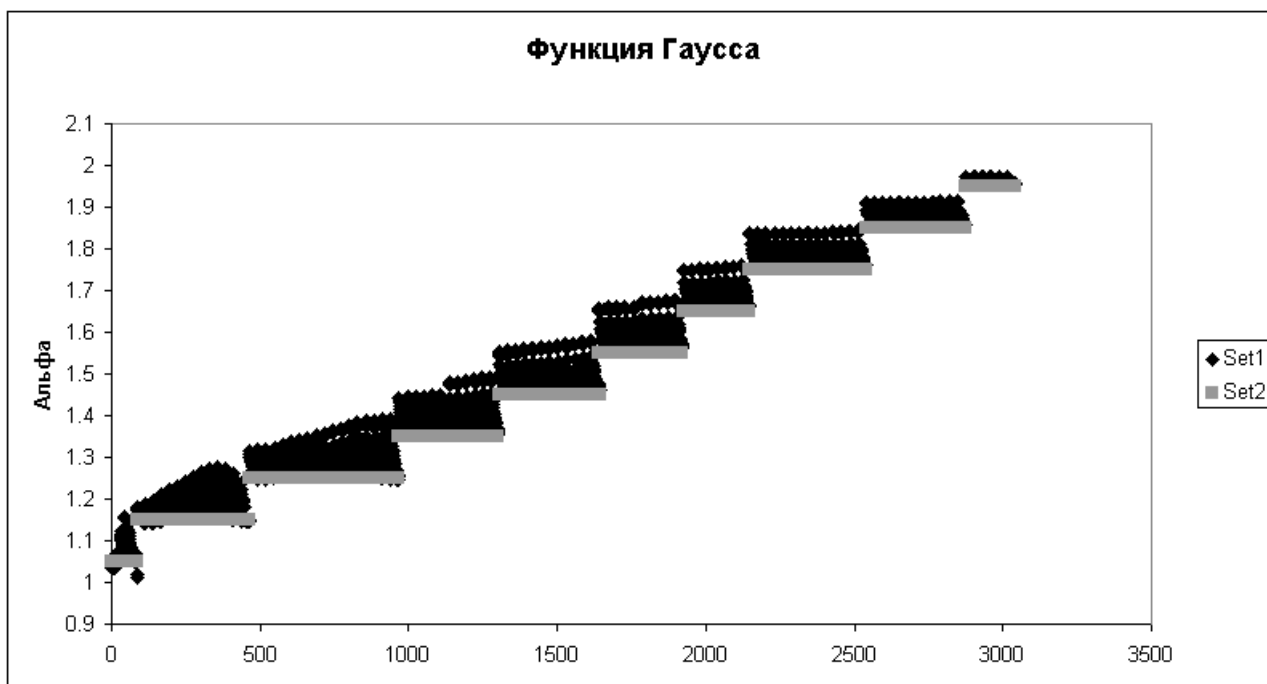


Рис.19.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

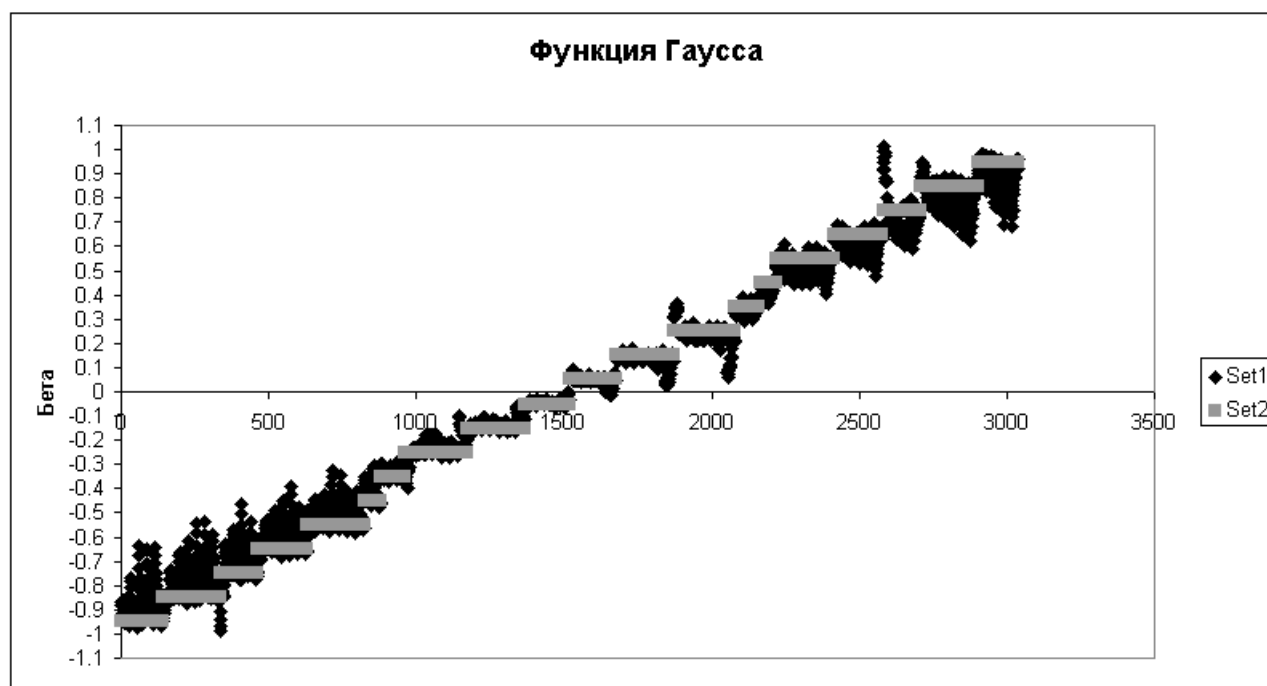


Рис.20.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

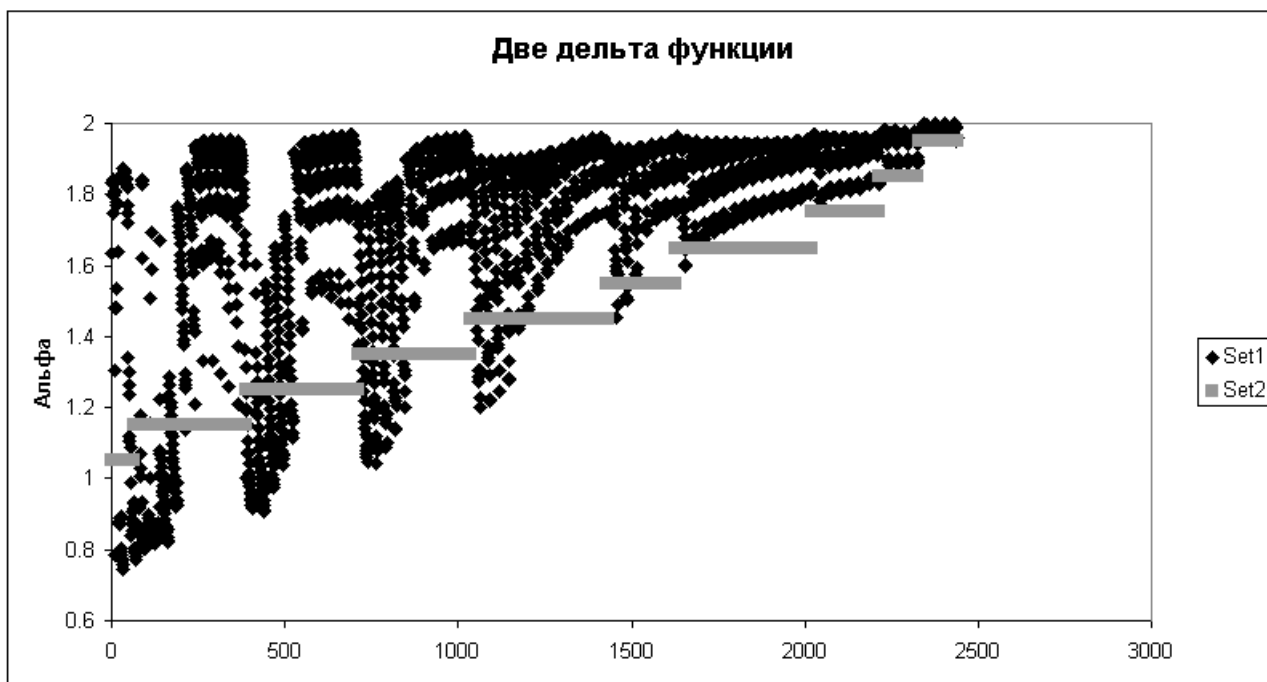


Рис.21.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде двух дельта функций(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

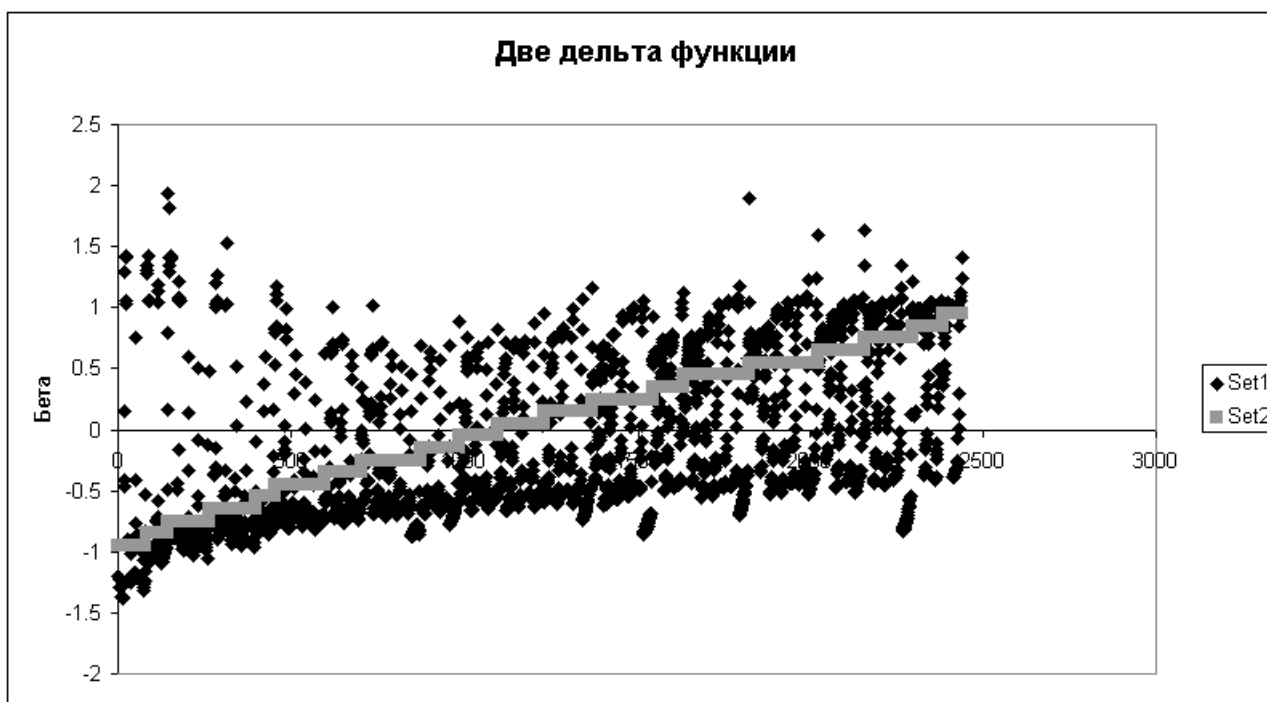


Рис.22.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде двух дельта функций(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

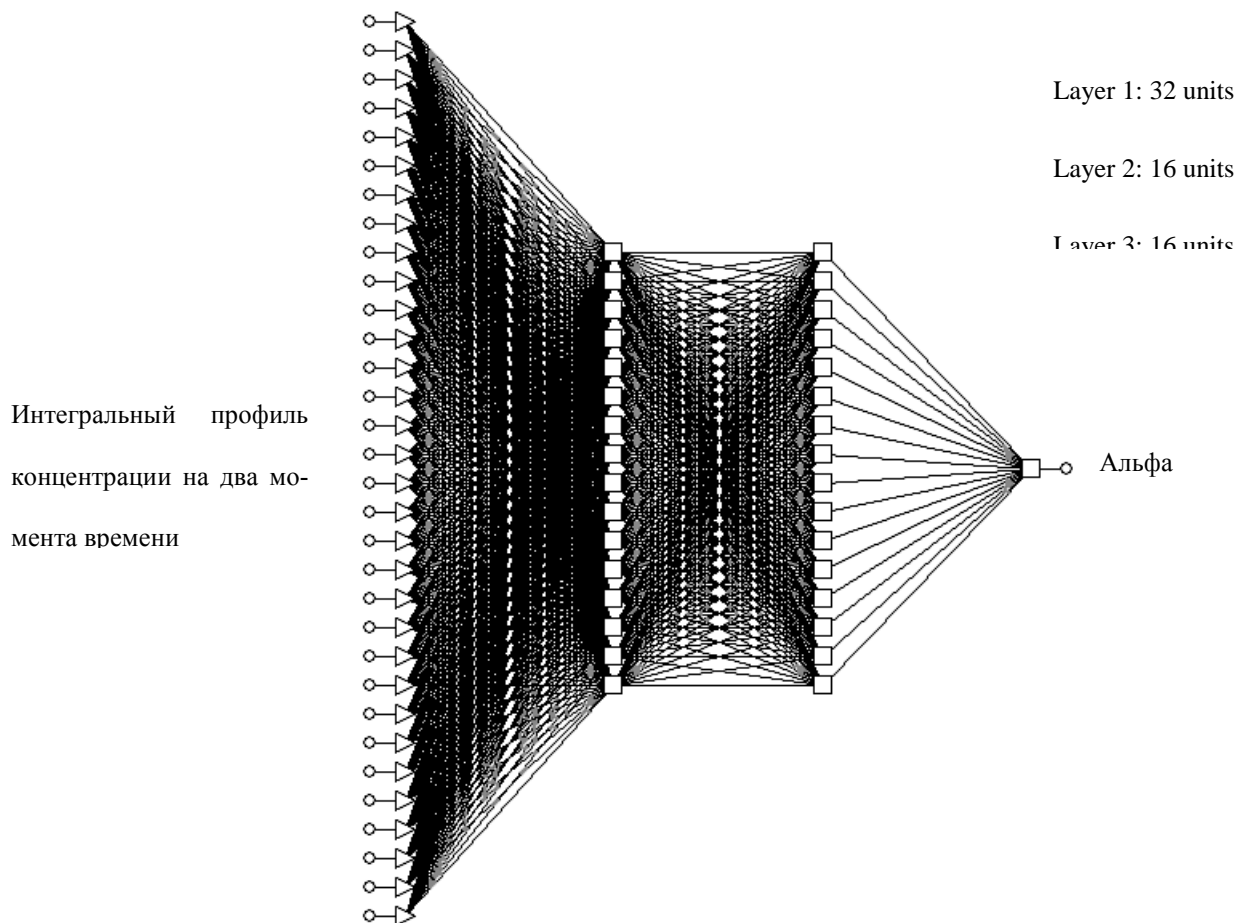


Рис.23. Схематический вид сети для определения параметров дробной диффузии произвольных функций.

Произвольные функции

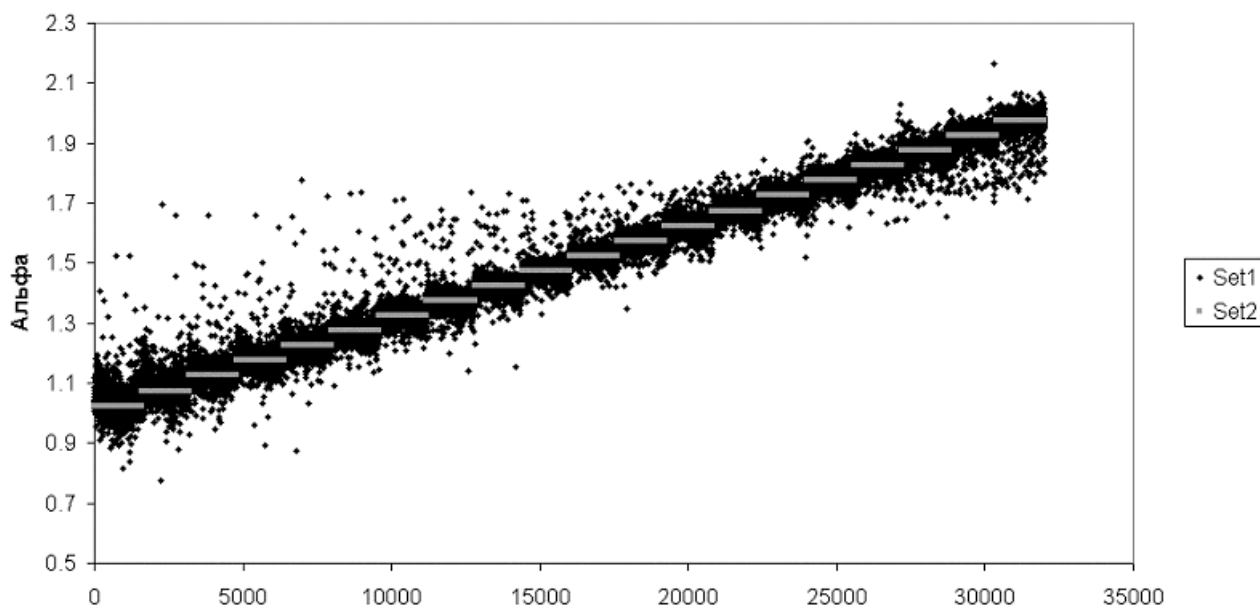


Рис.24.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде произвольных функций(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

Произвольные функции

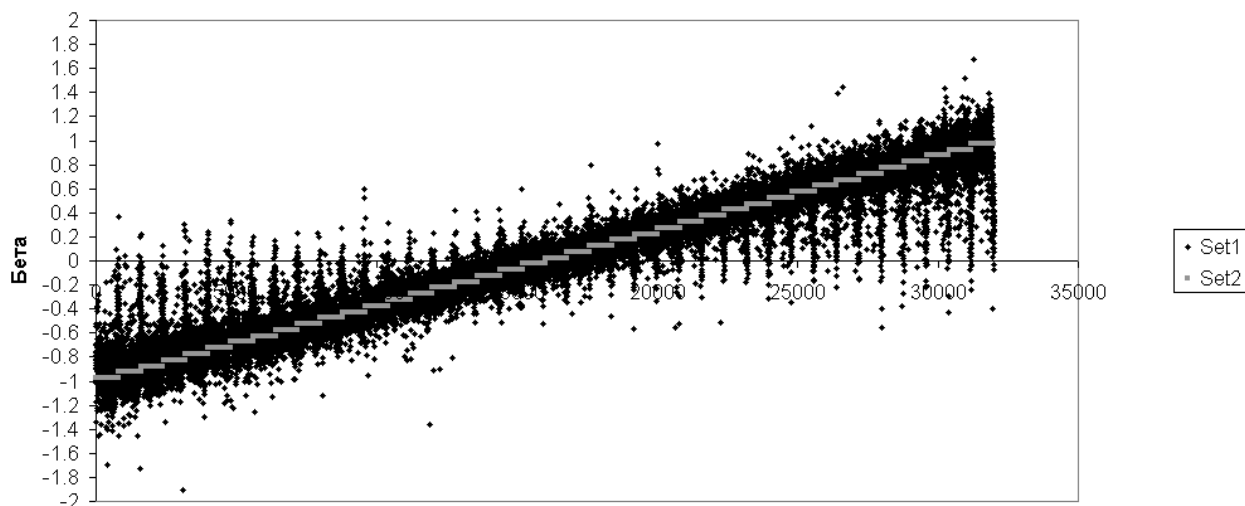


Рис.25.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде произвольных функций(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

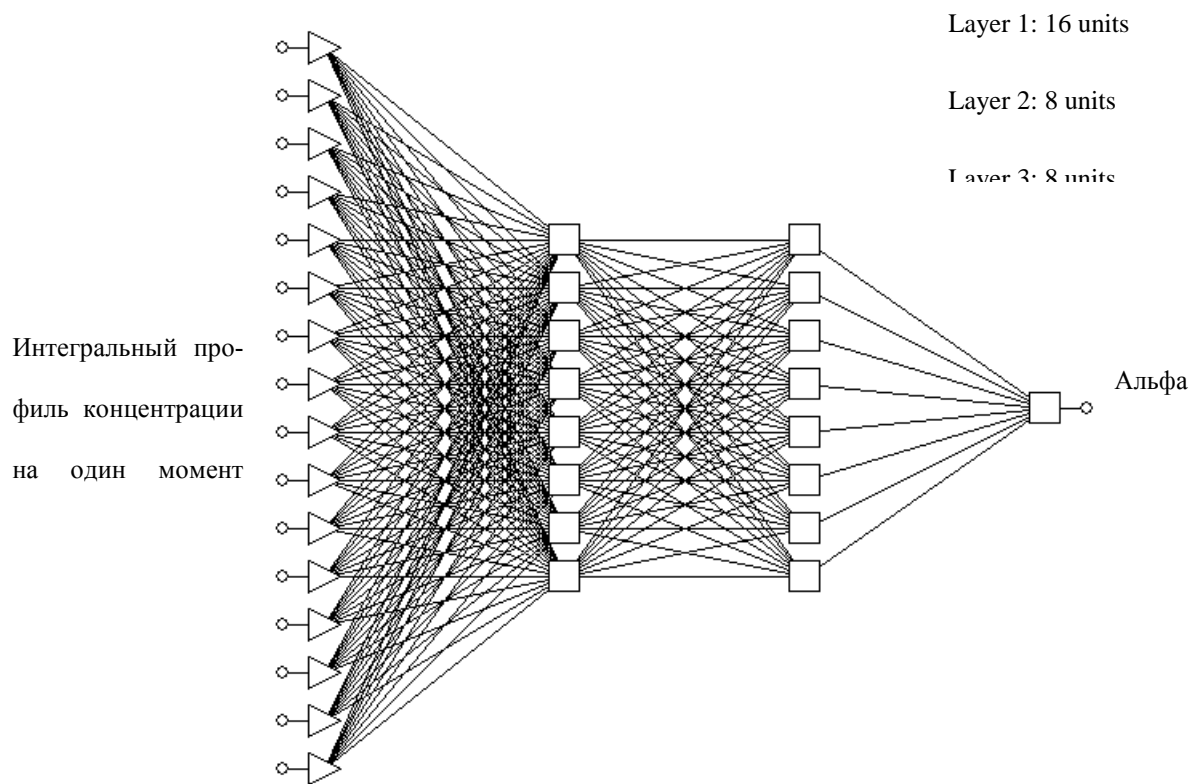


Рис.26.Схематический вид нейронной сети для определения параметров дробной диффузии.

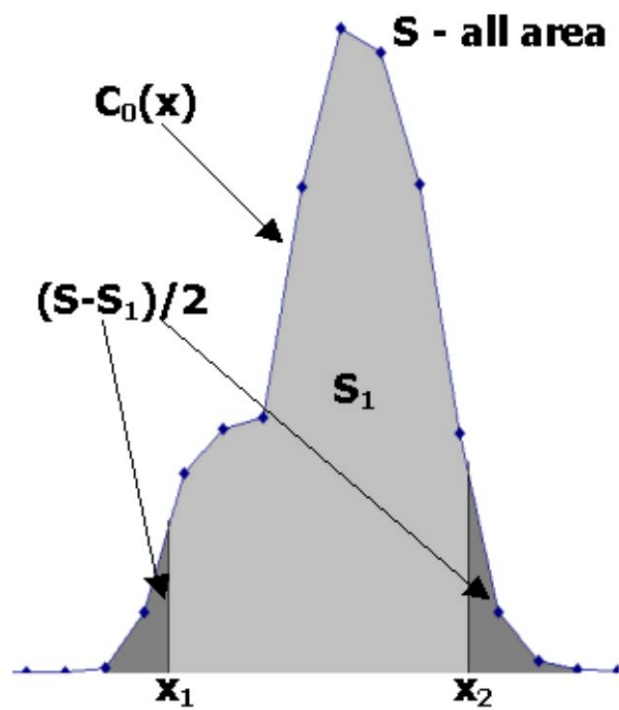


Рис.27.Схематический вид профиля концентрации.

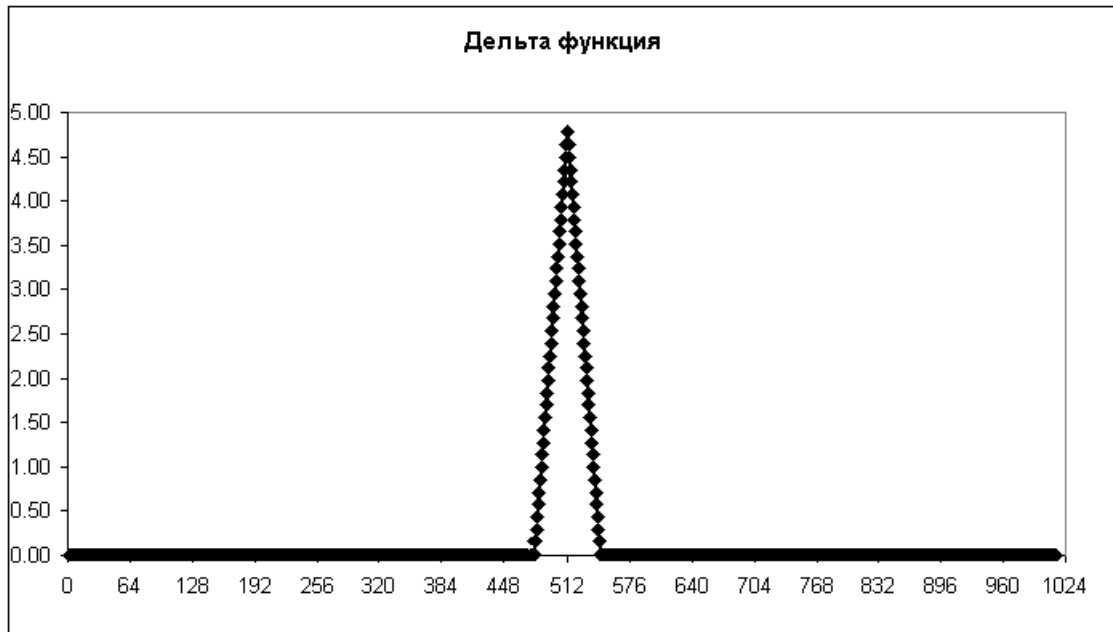


Рис.28. Профиль концентрации в виде дельта функции.

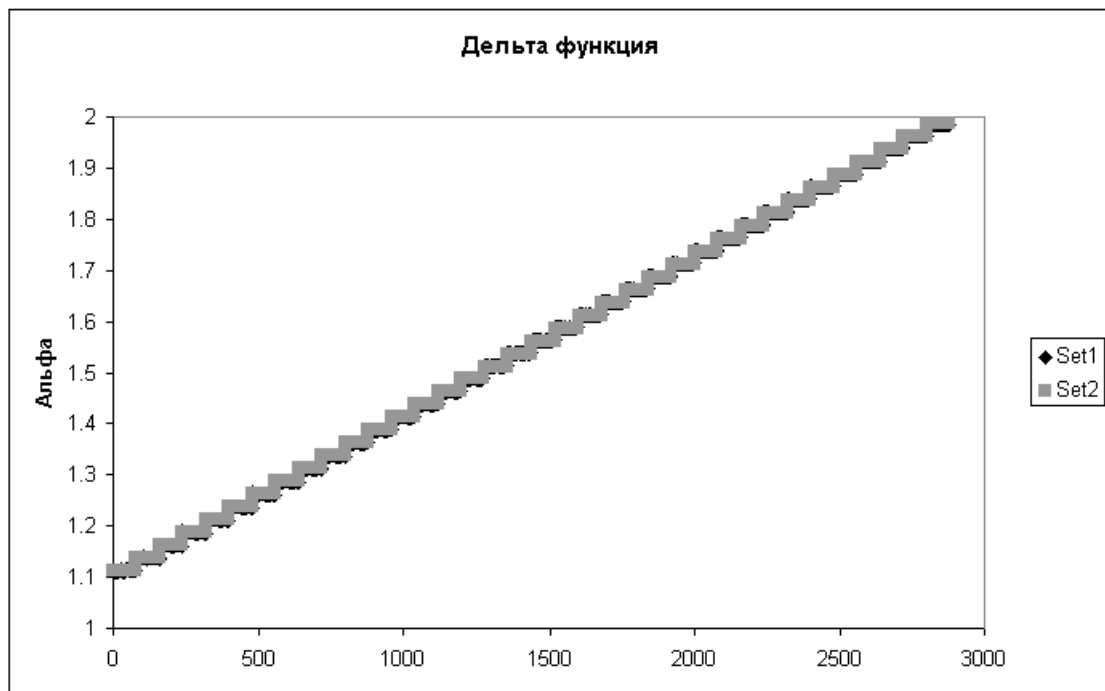


Рис.29. Графики действительных значений параметра альфа и значений, определенных с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции (Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

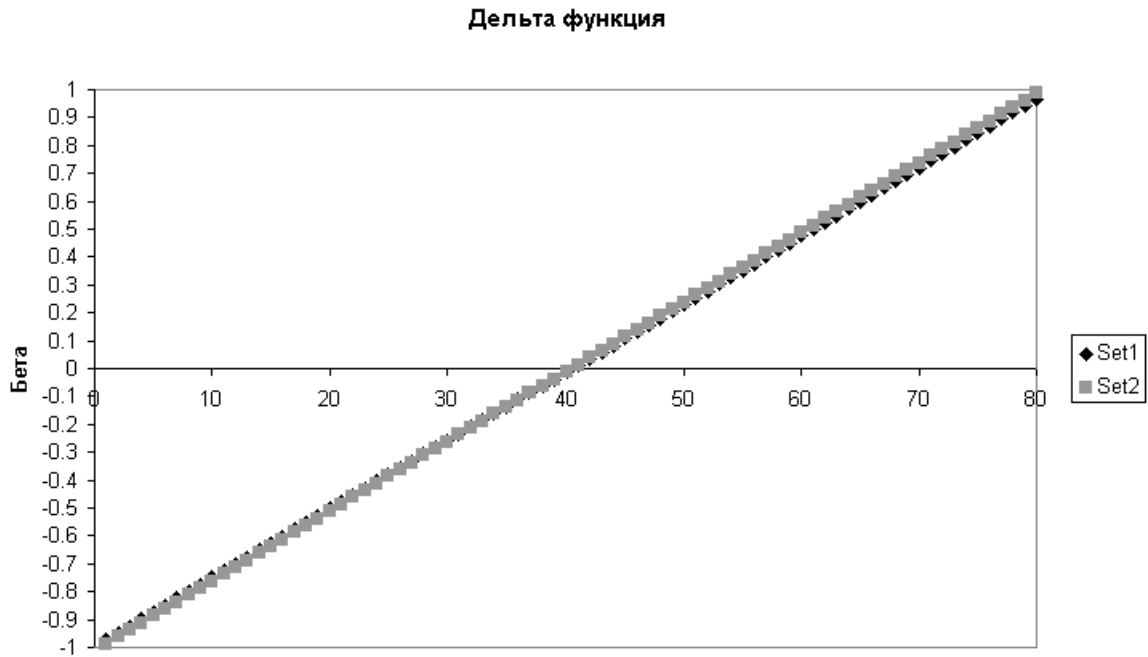


Рис.30.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде дельта функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

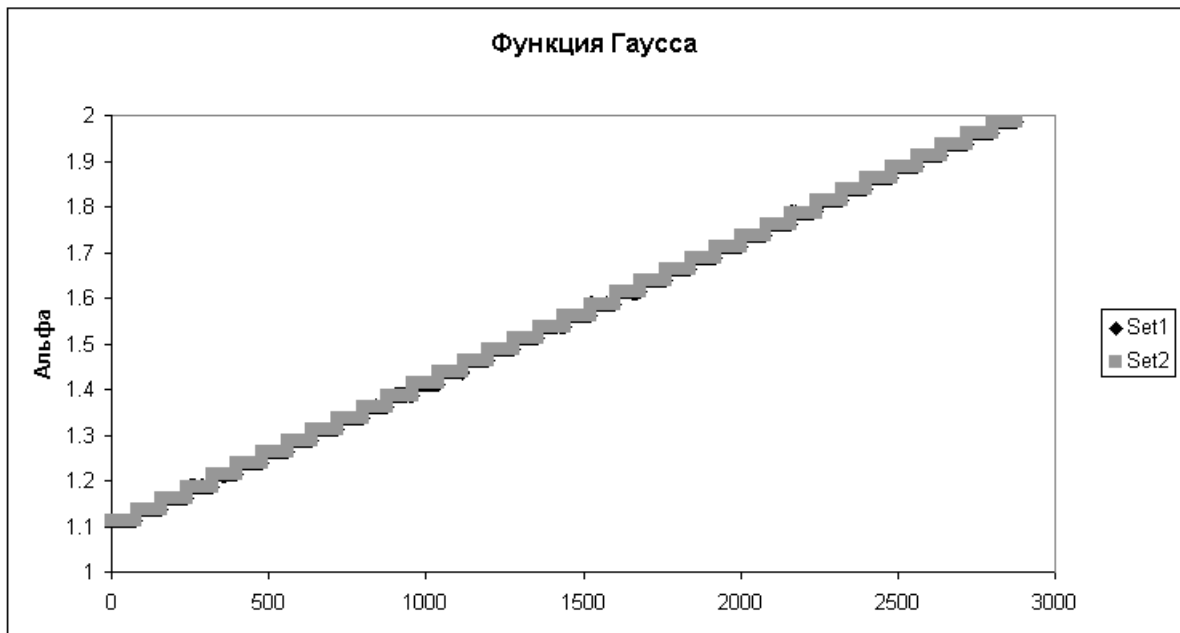


Рис.31.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

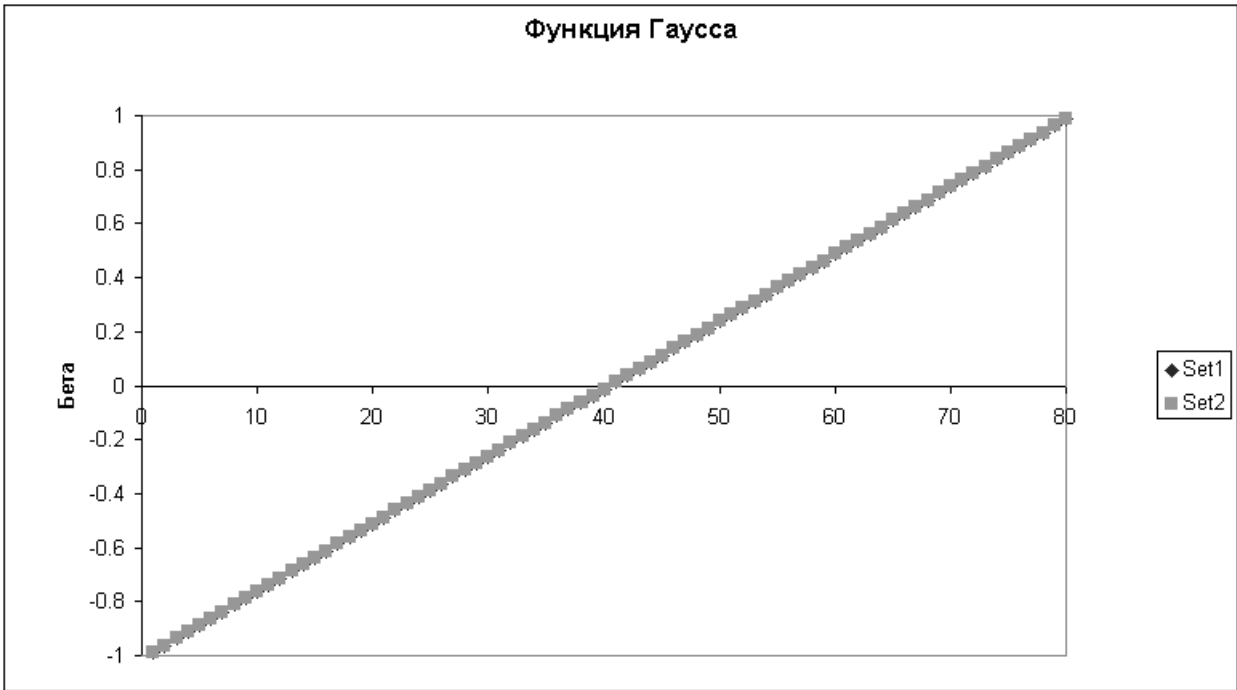


Рис.32.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде функции Гаусса(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

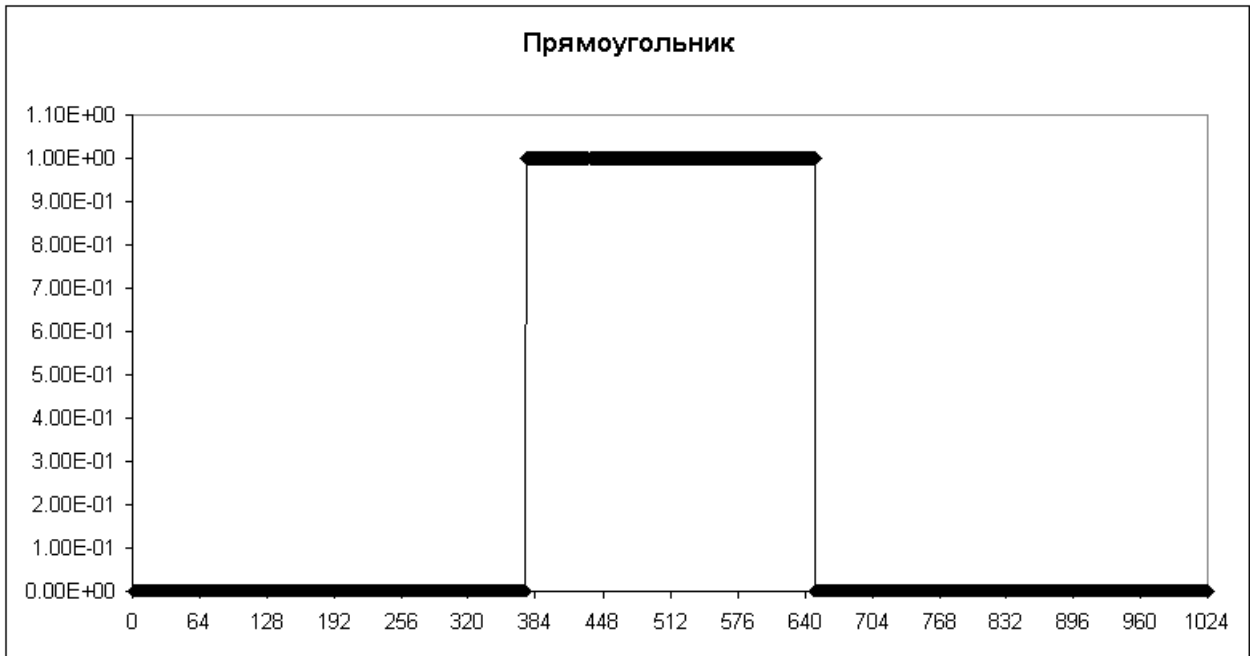


Рис.33. Профиль концентрации в виде прямоугольника.

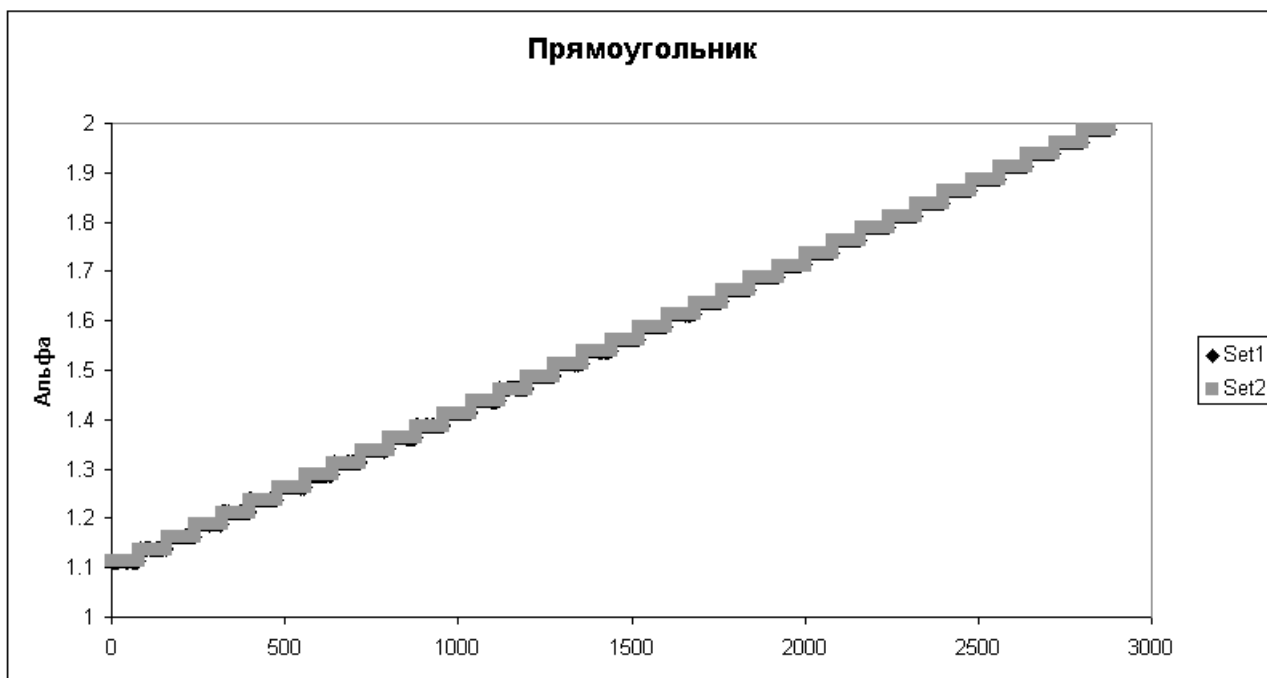


Рис.34.Графики действительных значений параметра альфа и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде прямоугольника(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

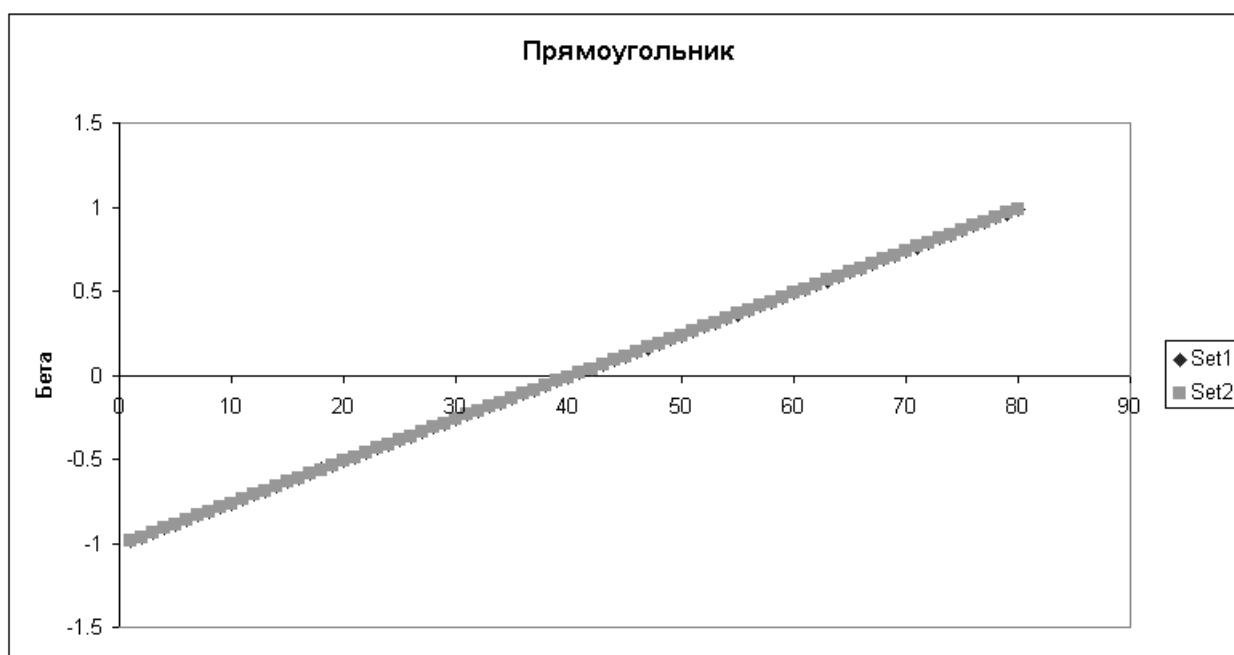


Рис.35.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде прямоугольника(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

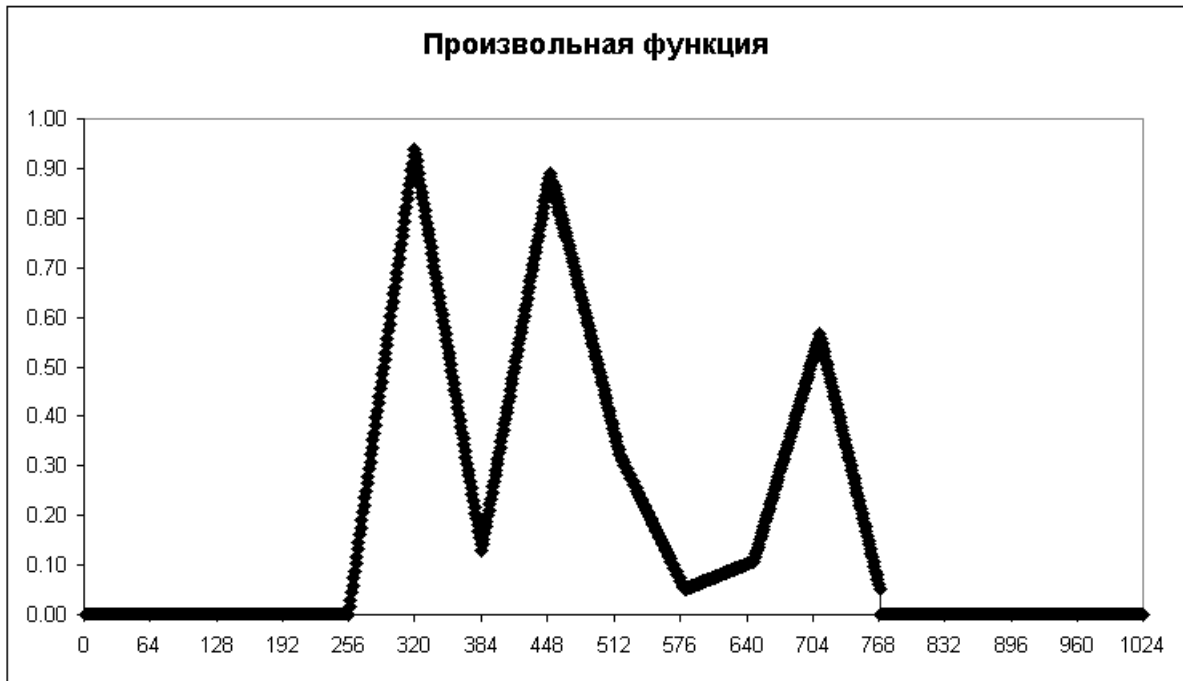


Рис.36. Профиль концентрации в виде произвольной функции.

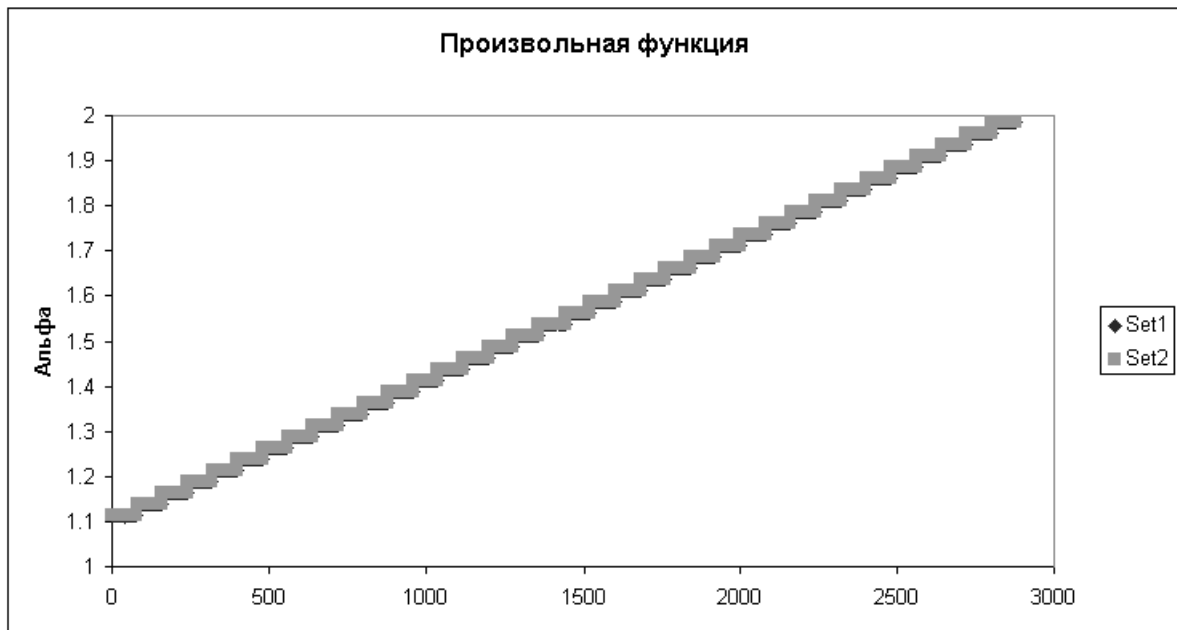


Рис.37. Графики действительных значений параметра альфа и значений, определенных с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде произвольной функции (Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2 – действительные значения).

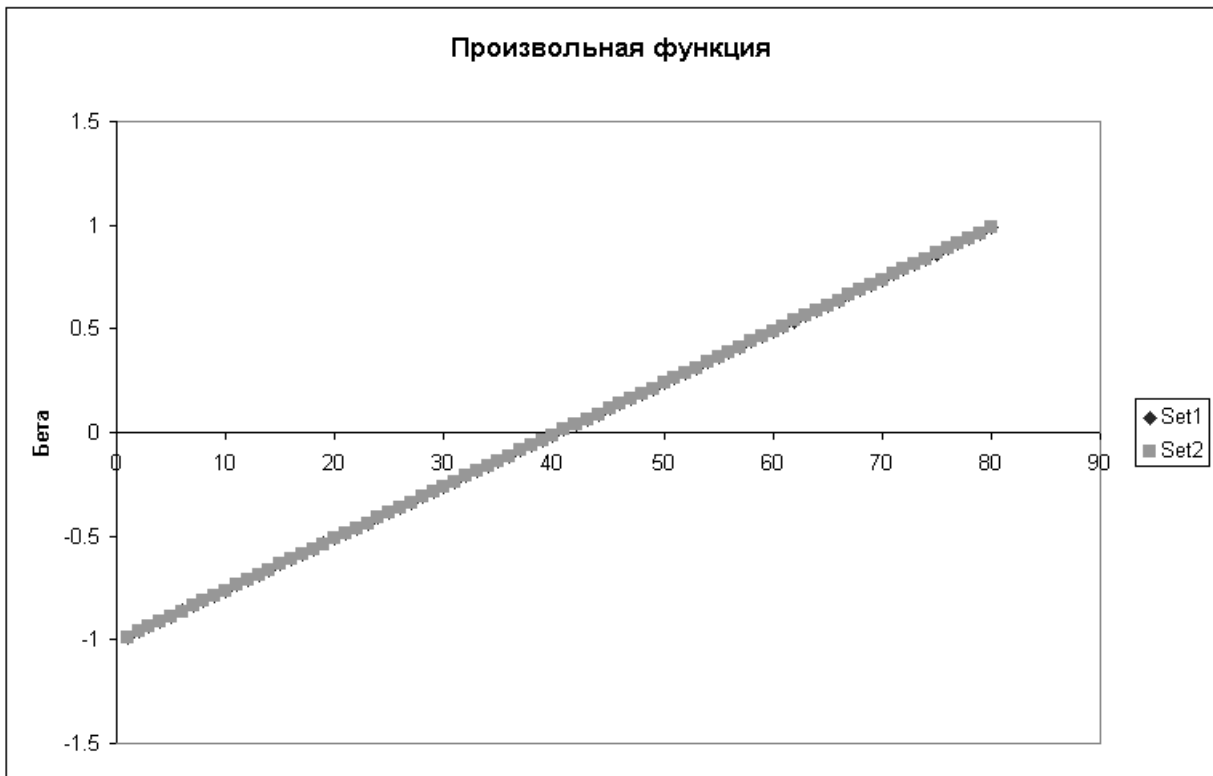


Рис.38.Графики действительных значений параметра бета и значений, определеннй с помощью нейронной сети для профиля концентрации в виде произвольной функции(Set1 – значения, определенные с помощью нейронной сети; Set2–действительные значения).

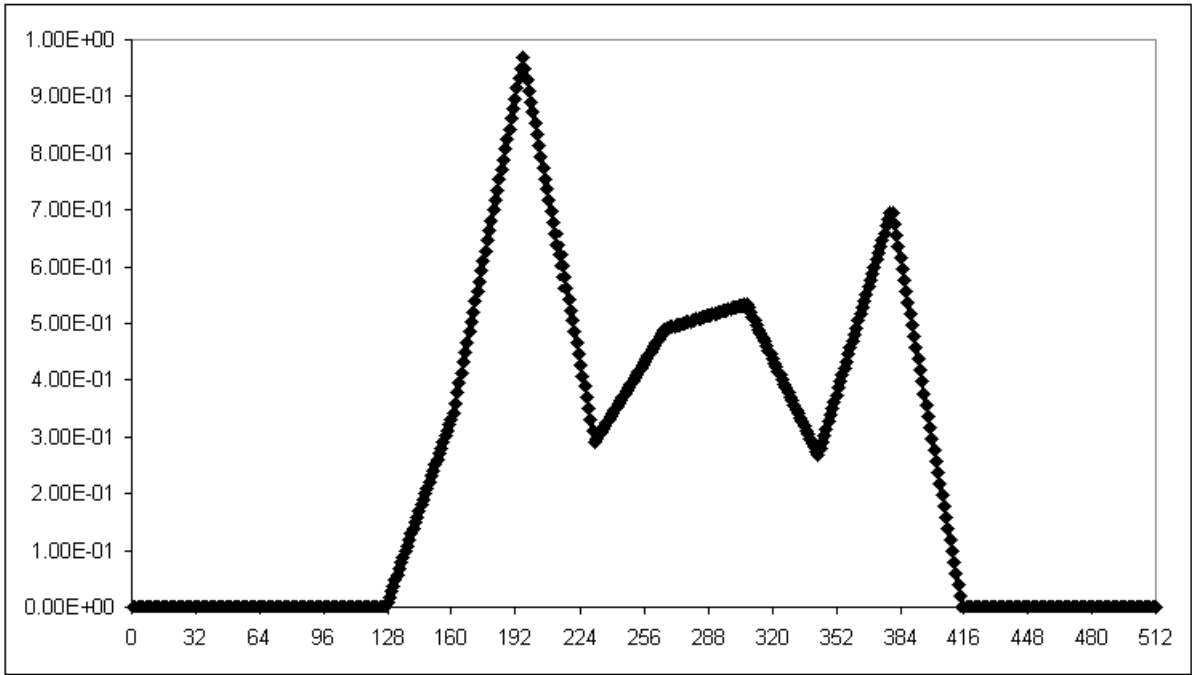


Рис.39. Профиль концентрации, использовавшийся для исследования зависимости точности определения порядка дробной диффузии от количества обучающих примеров.

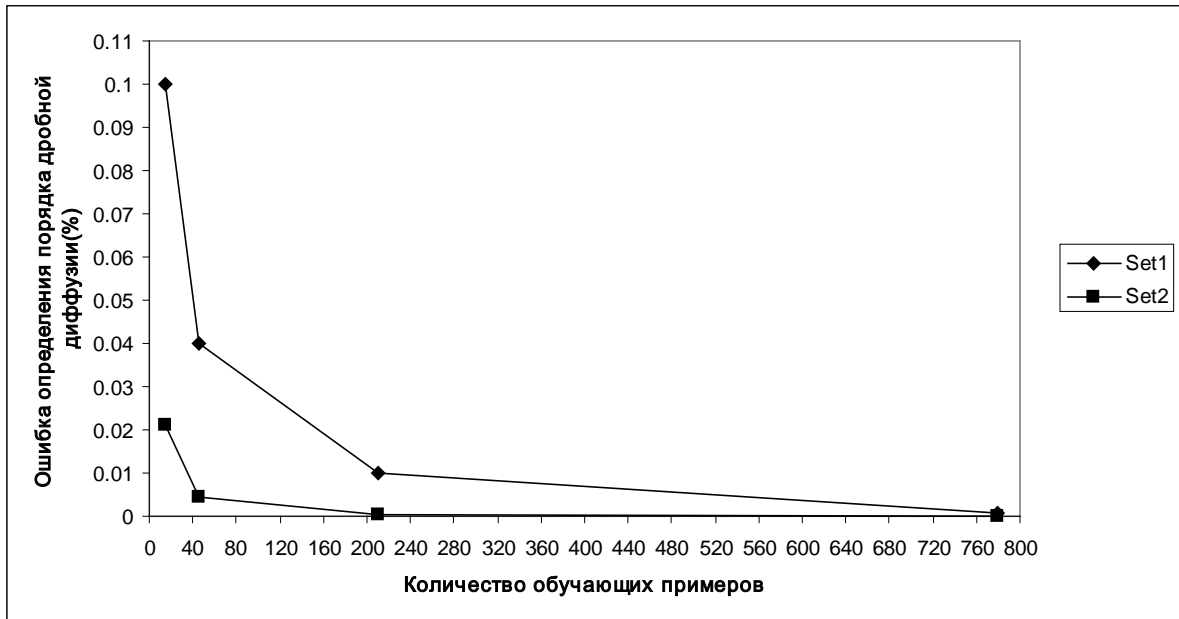


Рис.40. Графики зависимости ошибки определения порядка дробной диффузии от количества обучающих примеров (Set1 – максимальное отклонение; Set2 – среднеквадратичное отклонение).

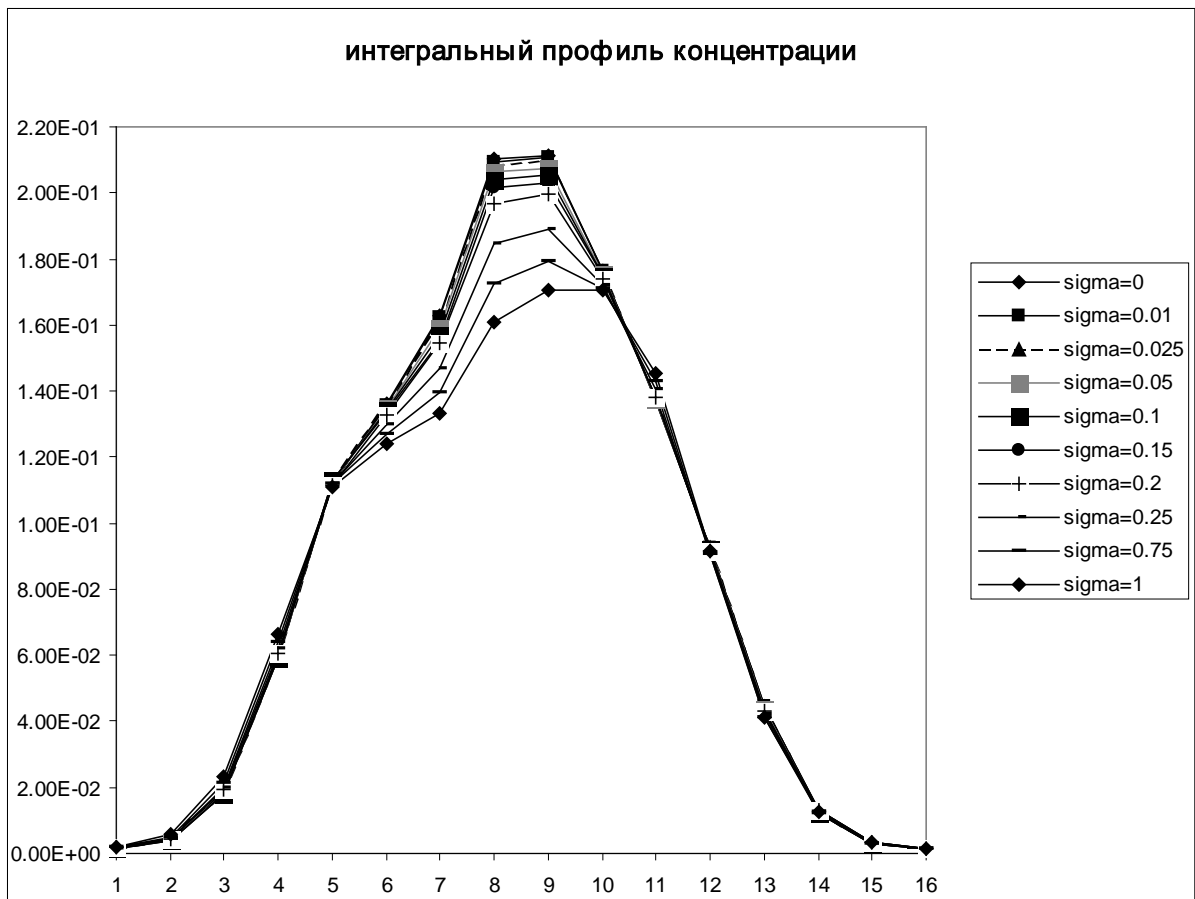


Рис.41. Интегральный профиль концентрации при разной величине шума.

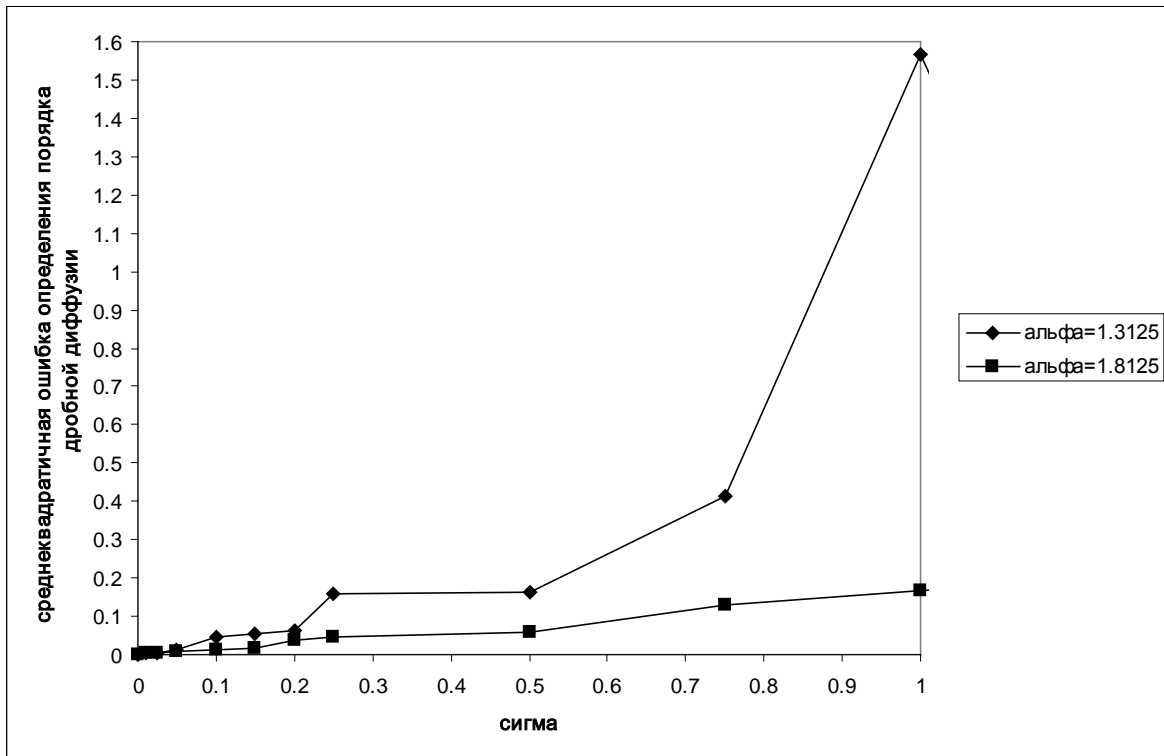


Рис.42. График зависимости среднеквадратичной ошибки, определения порядка дробной диффузии в зависимости от величины шума.

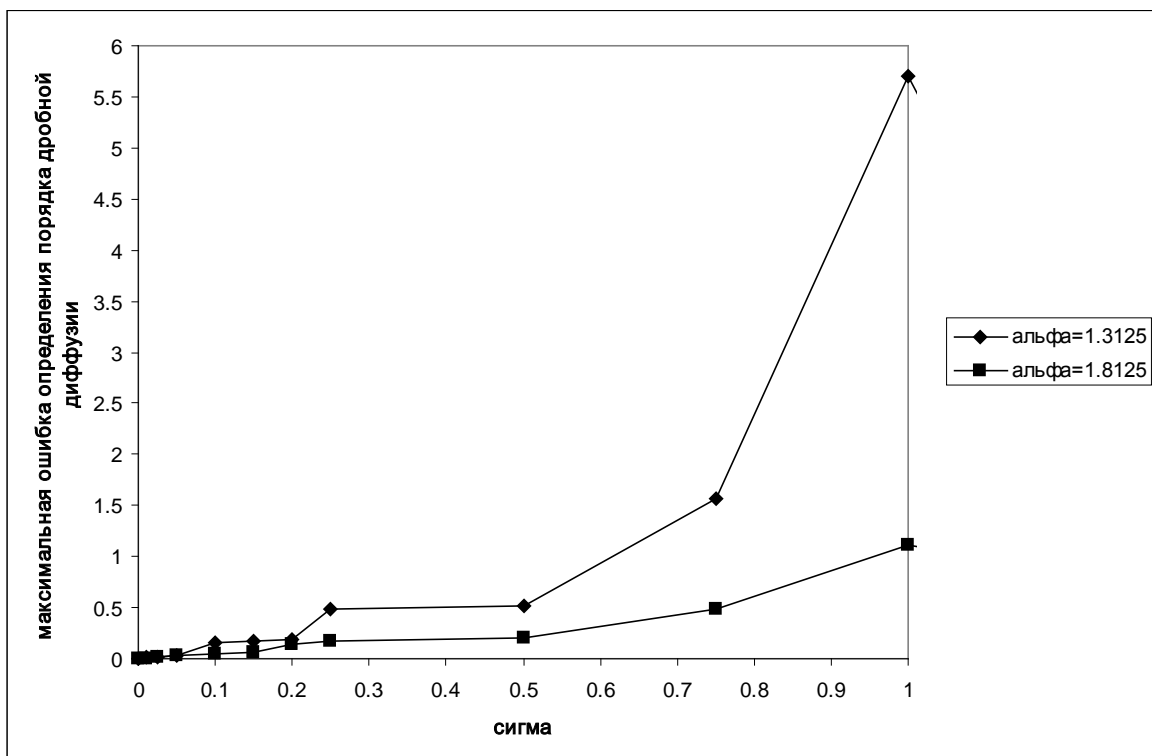


Рис.43. График зависимости максимальной ошибки, определения порядка дробной диффузии в зависимости от величины шума.

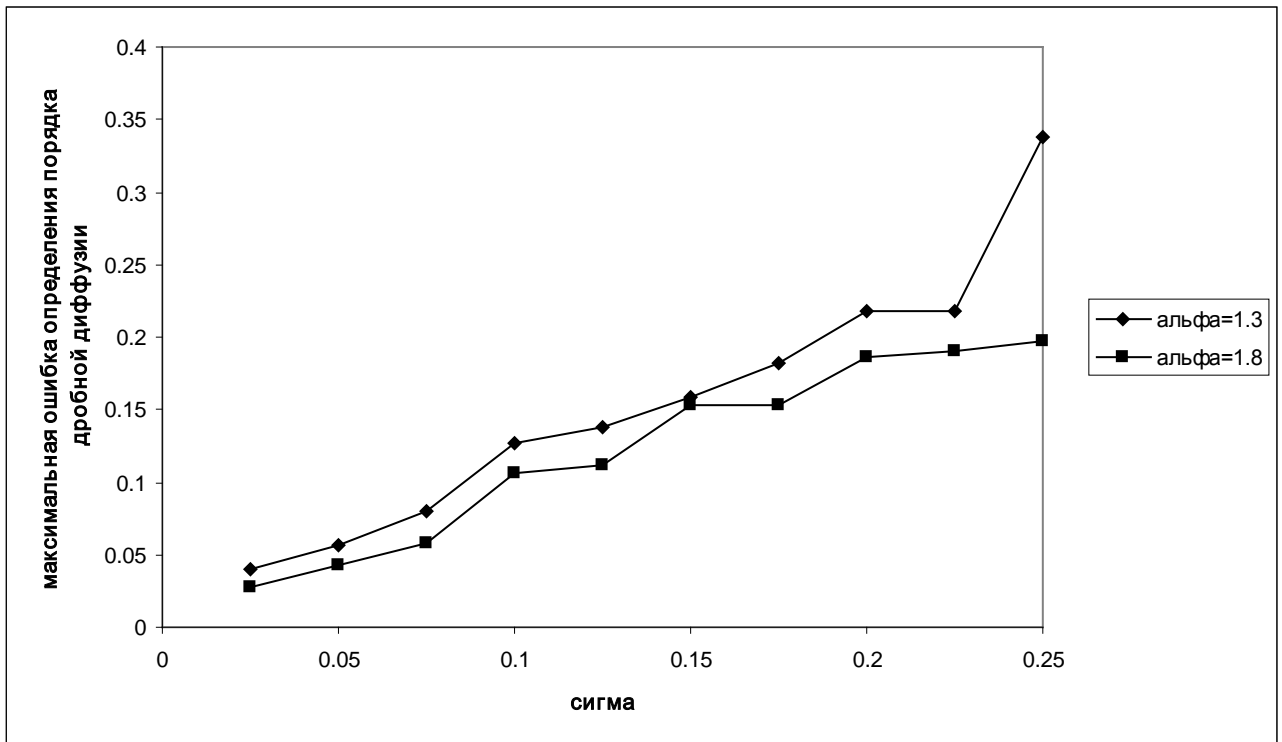


Рис. 44. График зависимости максимальной ошибки, определения порядка дробной диффузии в зависимости от величины шума для перцептрона с одним скрытым слоем.

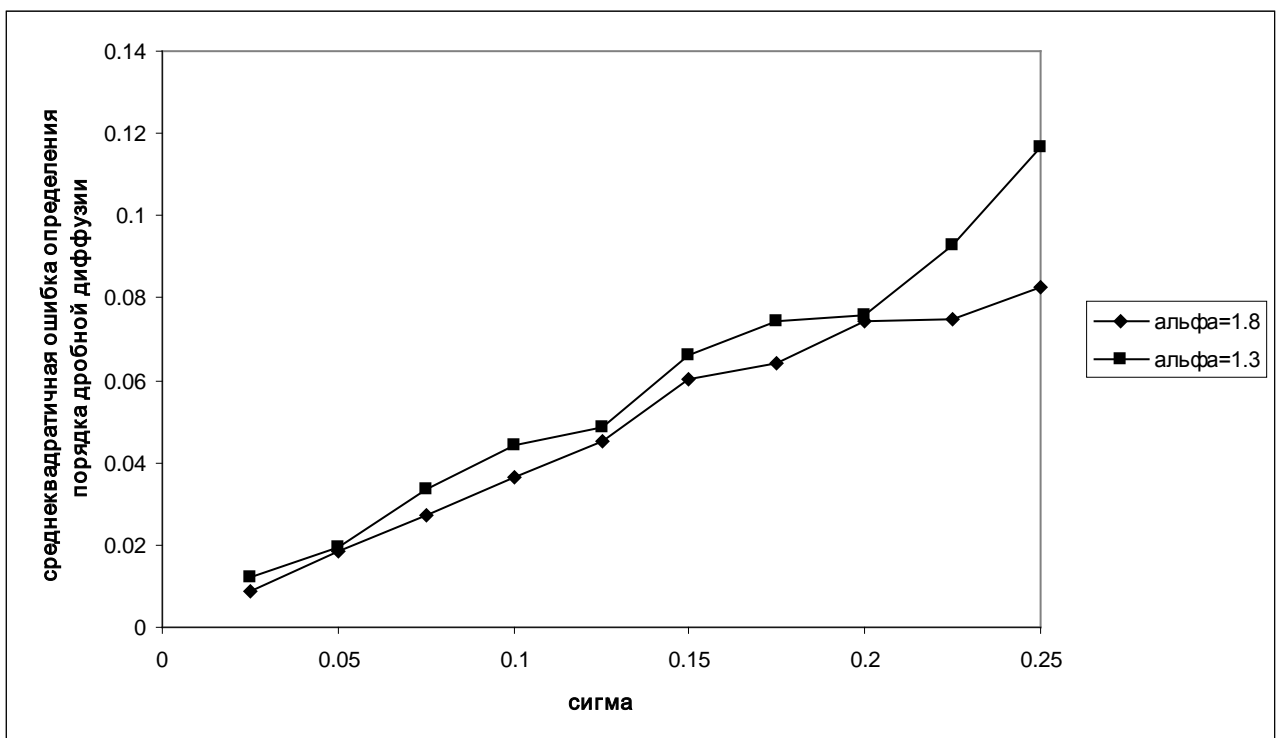


Рис. 45. График зависимости среднеквадратичной ошибки, определения порядка дробной диффузии в зависимости от величины шума для перцептрона с одним скрытым слоем.