

Расчет гидравлической крупности взвеси при моделировании динамики концентрации взвешенных веществ в приустьевых районах арктических морей на примере Белого моря

И. И. Студёнов¹, кандидат биологических наук

Северный филиал ФГБНУ «ПИНРО», Архангельский научный центр Уральского отделения РАН, Архангельск

Н. А. Шилова², кандидат физико-математических наук

Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова

Рассмотрена методика расчета гидравлической крупности частиц в водной среде для моделирования динамики концентрации взвешенных веществ на примере проведения дноуглубительных работ и дампинга грунта. Выполнен обзор различных подходов к расчету динамики концентрации взвешенных веществ, определены основные входные параметры модели. Предложены модель горизонтального рассеивания загрязняющих веществ и методика расчета скорости осаждения частиц, в основу которой положены теоретические и эмпирические формулы. Путем сравнения результатов расчетов сделаны выводы об универсальности эмпирической формулы и возможности комбинации формулы Стокса в случае ламинарного и турбулентного режимов.

Ключевые слова: воздействие на окружающую среду, математическая модель, параметры модели, динамика концентрации, взвешенные вещества, методика расчета скорости осаждения.

Введение

Среди факторов, определяющих комплексное развитие северных и арктических территорий, большое значение принадлежит транспортному комплексу. Архангельск является крупным транспортным узлом, который прочно связал железнодорожные и морские пути сообщения. Геополитическое положение Архангельска определяет его как мощный и крупный морской порт России. С другой стороны, активное участие региона в арктических проектах позволяет рассматривать Архангельск как часть территориальной платформы арктической деятельности России [2].

Следует отметить, что особое внимание уделяется увеличению портовых мощностей и обеспечению эффективного развития портовой инфраструктуры, это

является одной из приоритетных задач реализации «Стратегии развития морской портовой инфраструктуры России до 2030 года» [22]. Данные мероприятия проводятся с целью модернизации и развития инфраструктуры арктической транспортной системы, обеспечивающей сохранение Северного морского пути как единой национальной транспортной магистрали России. В «Стратегии...» предусматривается развитие единой Арктической транспортной системы страны в качестве национальной морской магистрали, ориентированной на круглогодичное функционирование, включающей в себя Северный морской путь и тяготеющие к нему меридиональные речные и железнодорожные коммуникации, а также аэропортовую сеть.

Для непрерывного функционирования портовой инфраструктуры Архангельского региона необходимо ежегодное выполнение определенного перечня работ, которые в большей степени предназначены

¹ e-mail: studenov@pinro.ru.

² e-mail: n.shilova@narfu.ru.

для устранения последствий естественных процессов, таких как наносные явления, которые в основном характерны для русел рек, фарватеров или для прибрежной полосы больших водных акваторий [21]. На устранение последствий естественных процессов, расширение акватории с целью подхода к причалам судов с низкой посадкой и очистку от ила и водной растительности на внутренних водных путях приходится наибольший объем дноуглубительных работ. Кроме того, дноуглубительные работы могут потребоваться для прорытия подводных траншей, очистки дна водозаборных сооружений и водных каналов, идущих к промышленным предприятиям, а также для прокладки кабелей и трубопроводов под водой [5]. Этот вид работ необходим как при строительстве новых портов и портовых сооружений, так и при реконструкции существующих подходов каналов [6].

При осуществлении данных проектов одним из направлений исследований является оценка воздействия проектируемого объекта на окружающую среду (так называемая задача ОВОС) с целью выявления технических решений, удовлетворяющих природоохранному нормативным требованиям [10].

Таким образом, при выполнении комплекса работ, связанных с углублением дна, укреплением береговой линии, и дампинге грунтов в воду поступает большое количество взвешенных веществ. Повышение по сравнению с естественным фоном концентраций взвешенных мелких частиц ухудшает условия жизнедеятельности фито-, зоопланктона и зообентоса, нередко приводит к гибели кормовых организмов, а также ухудшает условия обитания и воспроизводства ихтиофауны.

В связи с этим для определения степени влияния на водные биологические ресурсы и среду их обитания дноуглубительных работ необходимы оценка воздействия и (при наличии существенного отрицательного воздействия) расчет ущерба. Для оценки ущерба, наносимого водным биологическим ресурсам в результате дноуглубительных работ и дампинга грунта, одной из основных задач является определение концентраций взвешенных веществ и времени существования шлейфов взвесей, концентрация взвешенных веществ в которых превышает фоновые значения для участков работ.

При выполнении таких расчетов получили распространение методы математического моделирования, которые позволяют составить прогноз возможного ущерба и смоделировать состояние экологической системы [8; 14; 10; 20].

Одним из этапов математического моделирования является изучение теоретических основ и сбор информации об исследуемом объекте. На этом этапе подбирается или разрабатывается теория, на основе которой строится математическая модель, определяются ее входные и выходные данные, а также выдвигаются и обосновываются основные гипотезы модели.

Цель настоящей работы — подобрать простую, математически надежную и универсальную модель, которая в дальнейшем может быть использована для прогноза концентрации взвешенных веществ, и разработать методику расчета входных параметров модели, в частности скорости оседания частиц взвеси.

Обзор подходов к моделированию взвешенных веществ

Существуют различные подходы к расчету динамики концентрации взвешенных веществ [8]. Их обзор показывает, что в соответствии с современными теоретическими представлениями и возможностями информационных технологий одним из возможных методов моделирования динамики взвешенных веществ является последовательное решение нескольких задач [3; 10; 14; 16; 24]. Первоначально формулируется система уравнений гидродинамики (типа уравнений Навье — Стокса), из которой находится оценка скоростного поля [10]. Далее на основе использования теории турбулентности определяются коэффициенты обмена [10; 13]. Затем анализируются процессы оседания или всплывания частиц взвеси [14] и решается трехмерное нестационарное уравнение диффузии общего вида.

С практической точки зрения наиболее приемлемыми и не менее обоснованными с точки зрения информационного подхода являются полуэмпирические схемы [19], в рамках которых часть параметров модели задается по материалам прямых измерений или по другим косвенным сведениям [13].

К настоящему времени разработаны и опробованы методики расчетов пространственно-временной эволюции концентрации взвешенных веществ, появление которых в водной толще обусловлено многократными сбросами размельченного и разжиженного бурового шлама, а также твердых компонентов бурового раствора с буровой платформы, сооруженной на северо-восточном шельфе Сахалина в течение длительного времени [10].

Обоснована с точки зрения информационного подхода методика разработки моделей формирования и рационального использования водных ресурсов Ангаро-Байкальского бассейна [17]. Предложена модель расчета дампинга грунта в Азовском море, в основу которой положена математическая модель для прогноза распространения взвешенных веществ на шельфе, разработанная коллективом авторов Вычислительного центра РАН [9]. На основе этой модели проводилась оценка воздействия на водные биологические ресурсы и среду их обитания в рамках проекта «Комплексное освоение Штокмановского газоконденсатного месторождения» [15].

Таким образом, для расчета динамики концентрации взвешенных частиц при дноуглубительных работах и дампинге грунта в приустьевых районах арктических морей за основу может быть взята математическая модель, разработанная в Вычислительном

центре РАН. Однако гипотезы, которые выдвигаются при построении этой модели, требуют уточнений в зависимости от района проведения работ.

Полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии

Рассмотрим процесс моделирования переноса пассивной примеси в турбулентно движущейся жидкости. Компоненты скорости потока и концентрацию примеси представим в виде стохастических полей, содержащих средние значения величин и пульсационные добавки [18]. Для осреднения по совокупности реализаций рассматриваемых полей воспользуемся правилом Рейнольдса, а возникающие при этом средние от произведения пульсационных добавок моделируют с помощью гипотезы градиентного переноса [14]. Считается, что в естественных условиях из-за наличия вертикальной плотности стратификации воды процесс турбулентного перемешивания можно разложить на горизонтальную турбулентную диффузию и вертикальный турбулентный обмен [14; 18]. Тогда тензор турбулентного обмена может быть представлен как совокупность компонент K_{ij} , K_z , где K_z — коэффициент вертикальной турбулентной диффузии, а величины K_{ij} , $i, j = 1, 2$ образуют симметричный тензор горизонтального турбулентного обмена.

Если рассматривать диффузию изотропных в горизонтальной плоскости образований, то полагают, что $K_{ij} = K_{xy} \cdot E_{ij}$, где скаляр K_{xy} — коэффициент горизонтального турбулентного обмена, а E_{ij} — единичный тензор [14].

Таким образом, трехмерное уравнение и начальные условия для определения динамики изменения концентрации могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial C^k}{\partial t} + \frac{\partial u_i C^k}{\partial x_i} + \frac{\partial (u_z + W_k) C^k}{\partial x_z} - \frac{\partial K_{ij}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial C^k}{\partial z} = 0, \quad k = \overline{1, m}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad j = \overline{1, 2}, \quad (1)$$

$$C^k = M_k \delta(x) \delta(z - z_0) \quad \text{при } t = 0, \quad C^k \rightarrow 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty,$$

где C^k — концентрация k -й фракции взвеси; $u = u(x, t) = (u_1, u_2)$ — горизонтальная компонента скорости течения; u_z — вертикальная компонента скорости течения; $E = (E_1, E_2)$ — горизонтальные декартовы координаты; E_z — вертикальная координата, направленная от поверхности к дну водоема; K_{ij} — компоненты горизонтального турбулентного потока взвеси; K_z — коэффициент вертикальной турбулентной диффузии; M_k — начальная масса взвеси; δ — дельта-функция Дирака; t — время; z_0 — вертикальная координата источника взвеси.

При этом считается, что источник располагается в начале координат и действует в момент времени.

Краевое условие на дне акватории зависит от режима воздействия осаждаемого вещества с поверхностью дна и имеет вид

$$W_k C^k - K_z \frac{\partial C^k}{\partial z} = W_k \beta_k C^k \quad \text{при } z = H(x), \quad (2)$$

где β_k — коэффициент адсорбции; W_k — скорость осаждения примеси или гидравлическая крупность частиц примеси; $H(x)$ — локальная глубина акватории.

Так как на поверхности акватории поток взвеси отсутствует, краевое условие примет вид

$$W_k C^k - K_z \frac{\partial C^k}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (3)$$

Для дальнейшей реализации модели необходимо задать входные параметры, такие как осредненная и пульсационная компоненты скоростного поля, распределение глубин на области расчетов и характеристики источника загрязнения, в том числе начальная масса взвеси и скорость осаждения частиц примеси.

Расчет гидравлической крупности частиц

Известно, что направление вертикального движения взвеси обусловлено скоростью ее оседания, и одним из основных параметров является достаточно переменный диаметр частиц взвеси. Другими словами, на характер осаждения частиц взвеси влияют их размер и форма, вязкость воды, которая, в свою очередь, зависит от температуры и солёности, а также режим движения воды. Причем имеют место два различных по характеру режима движения жидкости: ламинарный и турбулентный. При ламинарном режиме жидкость движется слоями без поперечного перемешивания, причем пульсации скорости и давления отсутствуют. При турбулентном режиме слоистость нарушается, движение жидкости сопровождается перемешиванием и пульсациями скорости и давления.

Критерием для определения режима движения является безразмерное число Рейнольдса, которое определяется из соотношения $Re = WD/v$, где W и D — скорость осаждения и диаметр частицы; v — кинематическая вязкость жидкости.

Эмпирическая зависимость, связывающая размеры частиц и среднюю скорость их равномерного оседания в воде, представлена в табл. 1 и имеет графическую интерпретацию, приведенную на рис. 1 [8; 4].

Теоретический подход к оценке зависимости скорости оседания частиц с диаметром менее 0,2—0,1 мм и более 2 мм заключается в том, что при малых и больших значениях диаметра сила веса ча-

Таблица 1. Данные о гидравлической крупности частиц грунта

Диаметр частиц D , мм		Средняя скорость оседания W , мм/с
максимальный	минимальный	
2	1	166
1	0,5	94
0,5	0,25	42
0,25	0,1	10
0,1	0,05	1,2
0,05	0,005	0,19
0,005	0	0,009

стицы $P=C_0D^3$ равна силе сопротивления движения частицы, которая определяется по формулам:

$$F = C_1D^2W \quad \text{— при ламинарном режиме (Re < 2);}$$

$$F = C_2D^2W^2 \quad \text{— при развитом турбулентном режиме (Re > 300), } C_0, C_1, C_3 \text{ — константы.}$$

При ламинарном режиме обтекания для очень малых шарообразных частиц ($D \leq 100$ мкм) скорость осаднения частиц выражается в виде формулы Стокса

$$W = \frac{gD^2}{18\nu} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right), \quad (4)$$

где g — ускорение свободного падения ($g = 9,80665$ м/с²); ρ_s — плотность частицы; ρ — плотность жидкости.

Данная формула используется для расчета гидравлической крупности только в случаях, когда число Рейнольдса достаточно мало. При увеличении диаметра частиц скорость их осаднения возрастает, а режим обтекания переходит в турбулентный, и гидравлическая крупность не зависит от вязкости жидкости и может быть выражена формулой [7]

$$W = \sqrt{\frac{4gD}{3C} \frac{\rho_s}{\rho}}, \quad (5)$$

где C — коэффициент сопротивления (для шарообразной частицы $C \approx 0,45$).

Кроме основных формул (4) и (5) известны полуэмпирические формулы, которые применяются для частиц с широким диаметральным диапазоном. Например, формула [1]

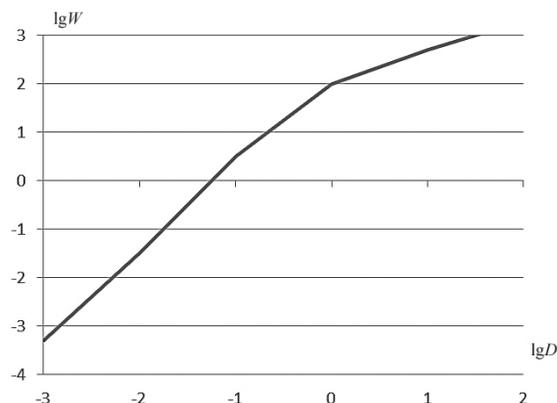


Рис. 1. Зависимость средней скорости оседания частиц от их размера, построенная по совокупности эмпирических и теоретических оценок

$$W = \frac{gD^2}{18\nu} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \frac{1}{1 + 0,15 \text{Re}^{0,687}}. \quad (6)$$

Формула (6) обладает одним недостатком — расчет скорости осаднения частиц взвеси осуществляется методом итераций [1].

Исследования, проводимые в данном направлении, показали, что имеют место эмпирические формулы, которые являются универсальными для всех режимов движения воды, и их реализация не требует итерационного подхода. Одной из них является эмпирическая формула расчета скорости осаднения частиц взвеси [14]

$$W = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{36\nu}{D} \right)^2 + 7,25 \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) Dg} - \frac{36\nu}{D} \right). \quad (7)$$

При оценке такого параметра модели, как гидравлическая крупность, существенным остается вопрос выбора формулы для реализации расчета или вопрос о возможности использования совокупности эмпирических и теоретических оценок. В большинстве случаев проблема выбора возникает при достаточно широком спектре диаметров частиц и различных типах гранулометрического состава.

Для натурального эксперимента по расчету гидравлической крупности были взяты данные, характеризующие гранулометрический состав грунта, представленные в табл. 2 [25]. Все расчеты были выполнены с использованием MS Excel и пакета «Mathima».

В первую очередь были определены постоянные параметры, характеризующие кинематическую вязкость и плотность морской воды в районе проведения работ, а также гранулометрическую плотность частиц грунта.

Таблица 2. Гранулометрический состав грунта

Номер фракции	Диапазон диаметров частиц, мм	Диаметр, мм	Диаметр, м	Массовая доля фракции, %
1	Более 10	10	0,01	0,10
2	10—5	5	0,005	0,56
3	5—2	2	0,002	1,00
4	2—1	1	0,001	1,61
5	1—0,5	0,5	0,000 5	5,03
6	0,5—0,25	0,25	0,000 25	10,60
7	0,25—0,10	0,1	0,000 1	41,49
8	0,10—0,05	0,05	0,000 05	15,34
9	0,05—0,01	0,01	0,000 01	15,89
10	0,01—0,005	0,005	0,000 005	5,48
11	Менее 0,005	0,0001	0,000 000 1	4,11

Таблица 3. Расчетные данные гидравлической крупности частиц, мм

Диаметр частиц, мм	Первый вариант (оценки)	Второй вариант — формула (1)	Третий вариант — формула (2)	Четвертый вариант — формула (3)	Пятый вариант — формула (4)	Шестой вариант (смешанный)
1	2	3	4	5	6	7
10	501,19	75,4073	0,8678	446,3153	0,5389	0,8678
5	316,23	18,8518	0,6136	465,5824	0,3784	0,6136
2	199,53	3,0163	0,3881	492,2792	0,2318	0,3881
1	166,00	0,7541	0,2744	513,2775	0,1516	0,2744
0,5	94,00	0,1885	0,1940	534,3056	0,0865	0,0865
0,25	42,00	0,0471	0,1372	552,4750	0,0362	0,0362
0,1	10,00	0,0075	0,0868	548,6069	0,0070	0,0075
0,05	1,20	0,0019	0,0614	466,0539	0,0018	0,0019
0,01	0,19	7,54E-05	0,0274	68,6464	7,07E-05	7,54E-05
0,005	0,009	1,89E-05	0,0194	18,5879	1,77E-05	1,89E-05
0,0001	0,009	7,54E-09	0,0027	0,0076	7,07E-09	7,54E-09

Кинематическая вязкость и плотность морской воды Белого моря составляют $1,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ и $1,0032 \text{ г}/\text{см}^3$ соответственно [11; 23]. Анализ гранулометрического состава проб грунта показал, что средняя плотность частиц грунта составляет $2,62 \text{ г}/\text{см}^3$.

Расчет скорости осаждения взвешенных частиц был выполнен с применением всех указанных

формул, а также на основе теоретических и эмпирических закономерностей. Все результаты расчетов представлены в табличном (табл. 3) виде и имеют графическую интерпретацию (рис. 2).

Максимальная совокупная массовая доля фракций (см. табл. 2) содержит частицы с диапазоном диаметров от менее 0,005 мм до 1—2 мм. Для

определения гидравлической крупности таких частиц воспользуемся эмпирическими оценками средней скорости оседания частиц (табл. 1). Для частиц с диаметром более 2 мм воспользуемся равенством, полученным из теоретических соображений для турбулентного режима, и графической интерпретацией зависимости скорости осаждения от диаметра частиц (рис. 1). Результаты оценок приведены в колонке 2 табл. 3 и являются первым вариантом расчета гидравлической крупности.

Второй, третий и пятый варианты расчетов получены с использованием формул (4), (5) и (7) соответственно. Значения гидравлической крупности частиц, полученные в результате итерационных расчетов с использованием формулы (6) для ламинарного режима, также отражены в табл. 3.

Для анализа результатов была построена вспомогательная таблица, где приведены значения числа Рейнольдса при температуре воды 5°C (табл. 4).

Анализ полученных результатов (рис. 2, табл. 3) позволяет сделать вывод, что формула Стокса (4) и эмпирическая формула (7) максимально хорошо отражают зависимость скорости осаждения от диаметра частиц фракции.

Как уже отмечалось, формула Стокса справедлива в случае ламинарного режима, т. е. когда число Рейнольдса меньше двух или диаметр частиц фракции меньше 100 мкм. Из этого следует, что если диаметр частиц фракции принадлежит к диапазону 0—0,1 мм, значения гидравлической крупности, полученные по формулам (4) и (7), совпадают. Данный вывод подтверждается результатами расчетов (см. табл. 3 и рис. 2).

Дальнейший анализ результатов позволил сделать вывод, что при $Re \rightarrow \infty$ ($Re \gg 300$) скорости осаждения частиц, полученные по формулам (5) и (7), близки по значениям начиная от диаметра частиц более 0,5 мм.

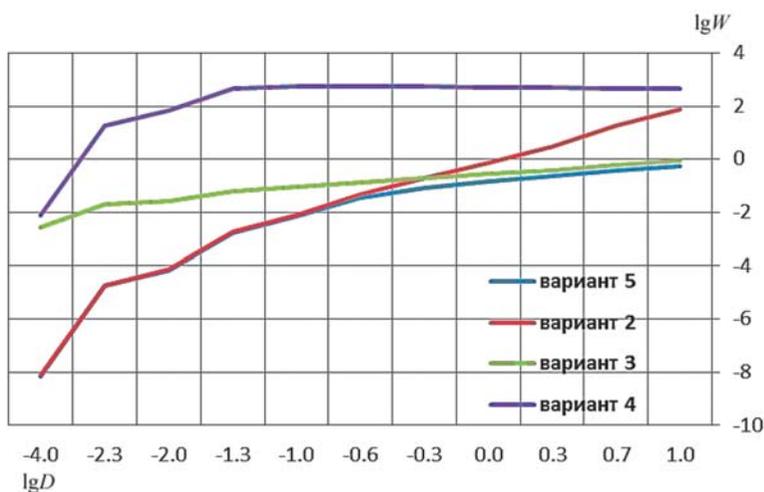


Рис. 2. Расчетная гидравлическая крупность в зависимости от диаметра частиц при $\rho_s/\rho = 2,6116$

Таблица 4. Значения числа Рейнольдса

Средний диаметр частиц, мм	Гидравлическая крупность при температуре воды 5°C	Число Рейнольдса
0,25	0,0211	4586,96
0,15	0,0099	1291,30
0,08	0,0028	194,78
0,05	0,0011	47,83
0,005	0,00002	0,09

Примечание. Расчет числа Рейнольдса проведен на основе теоретических значений гидравлической крупности (Техническая инструкция по производству морских дноуглубительных работ, РД 31.74.08-94).

Значения гидравлической крупности, полученные в первом и четвертом вариантах расчетов, существенно завышены, так как в первом случае используются грубые оценки на основе теоретической зависимости средней скорости оседания частиц от средних значений диаметра, во втором случае аналогичные оценки применяются для расчета начального значения числа Рейнольдса, что в итерационной зависимости приводит к накоплению ошибки.

Так как гидравлическая крупность является входным параметром модели, используемой для расчета динамики концентрации взвешенных веществ при выполнении дноуглубительных работ и дампинге, то для сравнения результатов прогноза начальной концентрации взвеси после формирования облака загрязняющих веществ в зависимости от гидравлической крупности проведем численный эксперимент, результаты которого приведены на рис. 3.

Заключение

Анализ значений начальной концентрации облака взвешенных веществ, полученных при различных вариантах расчетов гидравлической крупности, позволяют сделать вывод, что универсальной формулой для расчета скорости оседания частиц является эмпирическая формула (7),

которая объединяет результаты, полученные для ламинарного и турбулентного режимов.

Если грунты в пробах достаточно однородны и средние значения диаметров частиц фракций постоянны, то в зависимости от режима движения воды при получении оценок скорости оседания можно использовать формулу Стокса (4) или ее следствие (5). В случае значительного разброса средних значений диаметров частиц и неоднородности по гранулометрическому составу грунта необходимо использовать формулу (7). Для получения более точных оценок, необходимость которых может быть обусловлена экологической индивидуальностью района проведения работ, площадью акватории и масштабами комплекса дноуглубительных работ, можно использовать смешанную формулу.

Данные выводы подтверждаются численным экспериментом (см. рис. 3), где начальные концентрации облака взвешенных веществ для третьего, пятого и шестого вариантов расчетов имеют значения одного порядка. В случае ламинарного режима движения вод и малой массовой доли частиц с диаметром более 0,1 мм справедлива формула Стокса. Эта формула значительно облегчает проведение вычислительного эксперимента и проще для реализации аналитических расчетов в случае малого объема комплекса дноуглубительных работ.

Стоит отметить, что полученные результаты не являются окончательными и требуют проведения дополнительных исследований, направленных на изучение зависимости гидравлической крупности частиц от плотностных характеристик водной среды в районах проведения работ, а также детальной оценки естественной изменчивости фоновой концентрации в зависимости от типа водного объекта. Все это позволит более адекватно оценить степень

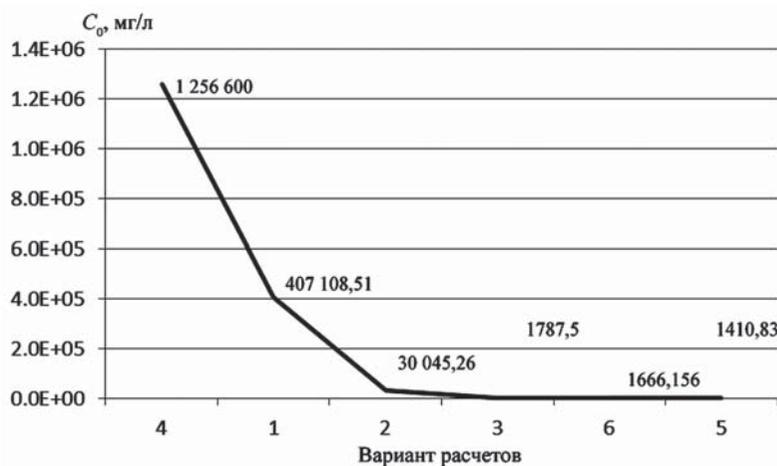


Рис. 3. Значения начальной концентрации взвешенных веществ в шлейфах, полученные при различных вариантах расчетов гидравлической крупности

опасности ожидаемого воздействия на окружающую среду при реализации проектов.

Работа выполнена при частичной поддержке в рамках государственного задания, проект № 3628 «Создание вычислительной инфраструктуры для решения наукоемких прикладных задач».

Литература

1. Winterwerp J. C. A simple model for turbulence induced flocculation of cohesive sediment // J. of Hydraulic Research. — 1997. — Vol. 36, № 3. — P. 309—326.
2. Арктический форум собрал в Архангельске представителей крупнейших предприятий // http://www.news29.ru/novosti/ekonomika/Arkticheskij_forum_sobral_v_Arhangelske_predstavitelej_krupnejshih_predpriyatij/29247.
3. Архипов Б. В., Котеров В. Н., Солбаков В. В. Модель АКС для прогноза распространения промышленных сбросов с морских буровых платформ // Сообщения по прикладной математике / Вычисл. центр РАН. — М., 2000. — 71 с.
4. Временные указания по оценке повышения мутности при землечерпательных работах, проводимых для обеспечения транзитного судоходства на реках, и учету ее влияния на качество воды и экологию гидробионтов. — М., 1986. — 59 с.
5. <http://www.geokam.ru/dnougubljenie.aspx>.
6. Дноуглубление и создание искусственных территорий // <http://www.lenmor.ru/deyatelnost/proektirovanie/dnougubljenie-i-sozdanie-iskusstvennyh>.
7. Дроздов Е. В., Журавлева И. В. Расчет гидравлической крупности частиц загрязнений сточных вод // Науч. вестн. Воронеж. гос. архитектур.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. — 2009. — № 2. — С. 29—35.
8. Игнатов А. В. Информационное моделирование в гидрологии: на примере разработки моделей формирования и рационального использования водных ресурсов Ангаро-Байкальского бассейна: Дис. ... д-ра геогр. наук / Ин-т географии им. В. Б. Сочавы Сибирского отделения РАН. — Иркутск, 2006. — 271 с. (<http://www.dissercat.com/content/informatsionnoe-modelirovanie-v-gidrologii-na-primere-razrabotki-modelei-formirovaniya-i-rat>).

9. Кочергин В. П., Боровиков А. Г. Трехмерная численная модель распространения примеси в прибрежной зоне глубокого водоема // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1980. — Т. 16, № 7. — С. 729—737.
10. Кочерова А. С. Математическое моделирование гидродинамических процессов на океаническом шельфе: Дис. ... канд. физ.-мат. наук / МФТИ. — М., 2004. — 118 с.
11. Лоция Белого моря // <http://rivermaps.ru/doc/beloe/beloe-3.htm>.
12. Методика по расчету платы за загрязнение акваторий морей и поверхностных водоемов, являющихся федеральной собственностью Российской Федерации, при производстве работ, связанных с перемещением и изъятием донных грунтов, добычей нерудных материалов из подводных карьеров и захоронением грунтов в подводных отвалах // <http://www.bestpravo.ru/rossijskoje/lj-normy/g5w.htm>.
13. Методические основы оценки и регламентирования антропогенного влияния на качество поверхностных вод. — Л.: Гидрометеиздат, 1987. — 286 с.
14. Юрезанская Ю., Котеров В. Моделирование переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе: Теория и практика моделирования. — [Б. м.]: Lambert Academic Publ., 2011. — 116 с.
15. Моделирование распространения взвешенных веществ и донных отложений при дноуглубительных работах по строительству морского двухниточного трубопровода от губы Опасова до Штокмановского месторождения // http://www.bellona.ru/filearchive/fil-RU-SH1-40-F064-000015_REV00.pdf.
16. Архипов Б. В., Котеров В. Н., Солбаков В. В. и др. О численном моделировании распространения загрязняющих веществ и нефтяных разливов стохастическим методом дискретных частиц // Журн. вычисл. математики и мат. физики. — 2007. — Т. 47, № 2. — С. 288—301.
17. Образование акватории и строительство подходного канала Таманского нефтяного терминала и Таманской базы СУГ в порту Тамань: Рабочий проект. — Разд. «Охрана окружающей среды: 1008С-ТНГ-о-ООС. — Т. 4, кн. 1, 2, 3 // <http://www.tamaneftegas.ru/ufiles/OOS.pdf>.
18. Озмидов Р. В. Диффузия примесей океана. — Л.: Гидрометиздат, 1986. — 278 с.
19. Котеров В. Н. Построение пространственных сеток в многоступенчатых осевых турбинах с использованием вариационного барьерного метода // Журн. вычисл. математики и мат. физики. — 2005. — Т. 45, № 8. — С. 1374—1382.
20. Жилияков Л. Ю. Применение ресурсных сетей для моделирования распространения веществ в водной среде // Проблемы управления. — 2011. — № 2. — С. 46—51.
21. <http://prospect-spb.ru/dnoyglybitelynue-raboty>.
22. Стратегия развития морской портовой инфраструктуры России до 2030 года // http://www.mintrans.ru/news/detail.php?ELEMENT_ID=19179.
23. Хорн Р. Морская химия (структура воды и химия гидросферы). — М.: Мир, 1972.
24. Зубов В. И., Инякин В. А., Котеров В. Н., Кривцов В. М. Численное моделирование пространственных турбулентных течений газа в сложных сопловых устройствах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. — 2005. — Т. 45, № 10. — С. 1871—1885.
25. Шварцман Ю. Г., Лукьянов С. А. Гранулометрический состав донных отложений устьевых зон малых рек Онежского залива Белого моря // Вестн. САФУ. Естеств. науки. — 2013. — № 2. — С. 12—28.