

**Аномальные режимы переноса в сильно неоднородных средах**  
**Матвеев Л.В.**

Курс содержит сведения об аномальных режимах переноса в приложении, в первую очередь, к миграции загрязнений в сильно неоднородных геологических средах. Рассматриваются различные механизмы переноса и основные типы неоднородных сред – регулярно-неоднородные, неупорядоченные, в том числе, среды с фрактальными свойствами.

№	Тема	Содержание
1	Введение. Перенос примеси в однородной среде.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Среднее смещение и дисперсия.</li> <li>2. Функция плотности вероятности.</li> <li>3. Комбинаторное рассмотрение.</li> <li>4. Уравнение переноса и его решение.</li> <li>5. Распределение концентрации частиц в основном облаке и на асимптотически далеких расстояниях.</li> <li>6. Режим классической адвекции-диффузии.</li> <li>7. Простейшие примеры аномальных режимов переноса</li> </ol>
2	Простейшие сильно неоднородные среды	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Простая модель Дыхне для одной трещины. Качественный анализ и точное решение.</li> <li>2. «Быстрая» и «медленная» подсистемы. Медленная среда как ловушка.</li> <li>3. Плоская и цилиндрическая геометрии.</li> <li>4. Режим субдиффузии.</li> <li>5. Изменение режимов переноса со временем</li> </ol>
3	Простая модель Дыхне для сред, содержащих системы трещин	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие активного числа трещин.</li> <li>2. Степенной и логарифмический субдиффузионный режимы.</li> <li>3. Гребешковые структуры</li> </ol>
4	Перенос в регулярно-неоднородных средах, обусловленный адвекцией	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Обобщенная модель Дыхне. Режим квазидиффузии.</li> <li>2. Слоистые среды. Случайное и регулярное распределение скоростей.</li> <li>3. Корреляционная функция скорости.</li> <li>4. Супердиффузия в модели слоистой среды</li> </ol>
5	Сильно контрастные среды с фрактальными свойствами	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Свойство самоподобия. Определение фрактала.</li> <li>2. Фрактальная размерность (емкость). Область фрактальности.</li> <li>3. Простейшие примеры регулярных фракталов. Случайные фракталы.</li> <li>4. Пересечение фрактальных множеств.</li> <li>5. Фрактальные свойства систем трещин в геологических средах и корреляционная функция поля скоростей инфильтрации в них.</li> <li>6. Мультифракталы.</li> </ol>
6	Основы теории перколяции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Простейшие задачи связей и узлов.</li> <li>2. Перколяционные кластеры.</li> <li>3. Порог протекания. Бесконечный кластер.</li> <li>4. Остов и мертвые концы перколяционных кластеров. Корреляционная длина.</li> <li>5. Фрактальная размерность и критические индексы. Универсальность критических индексов для перколяционных моделей.</li> <li>6. Континуальные модели перколяции.</li> </ol>
7	Диффузия частиц на кластерах с фрактальными свойствами	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Временной скейлинг для миграции частиц на салфетке Серпинского. Метод пространственной ренормировки.</li> <li>2. Диффузия по перколяционному кластеру с конечной корреляционной длиной на малых и больших временах. Смена режимов переноса.</li> </ol>
8	Режимы переноса, обусловленные случайной адвекцией в перколяционных средах	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Критический индекс степенного убывания корреляционной функции скорости <math>h</math>.</li> <li>2. Режимы переноса в зависимости от значения <math>h</math>. Качественная интерпретация.</li> <li>3. Влияние ловушек на режим переноса.</li> </ol>
9	Модель случайных блужданий в непрерывном времени.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные положения модели STRW.</li> <li>2. Выражение для плотности вероятности распределения частиц в Фурье-Лаплас представлении.</li> <li>3. Полеты и прогулки Леви.</li> </ol>

10	Перенос в двупористых средах	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Классическая модель двупористой среды. Эффективные константы переноса на «больших» временах. Трудности классической двупористой модели.</li> <li>2. Неравновесная модель двупористой среды.</li> <li>3. Функция памяти. Асимптотические выражения для функции памяти при больших и малых значениях переменной Лапласа. Режимы переноса.</li> <li>4. Перенос в среде с периодической структурой течения. Случаи валов и ячеек Бенара.</li> </ol>
11	Перенос в средах с сорбцией	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Среда с сорбцией. Типы изотерм сорбции.</li> <li>2. Эффективные константы переноса в среде с сорбцией на «больших» временах.</li> <li>3. Режимы переноса в двупористых средах с коллоидами.</li> <li>4. Задача о дрейфе примеси внутри плоской трещины, окруженной пористой матрицей, при наличии коллоидов.</li> </ol>
12	Ненасыщенные среды	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ненасыщенные среды. Остаточное насыщение.</li> <li>2. Связь капиллярного давления с насыщением. Функция Лавретта. Явление гистерезиса.</li> <li>3. Система уравнений переноса в ненасыщенной среде. Ненасыщенные двупористые среды.</li> <li>4. Малые насыщения хорошо проницаемой подсистемы. Режимы переноса.</li> </ol>
13	Элементы теории скейлинга	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение скейлинга и автомодельных явлений.</li> <li>2. Метод размерностей и задача Тейлора о ядерном взрыве. Промежуточные асимптотики.</li> <li>3. Системы единиц измерений. Классы единиц измерений. Функция размерности.</li> <li>4. Физические величины с независимыми и зависимыми размерностями. П-теорема.</li> <li>5. Физически подобные явления. Моделирование стационарного движения тела в жидкости при скорости тела много меньшей скорости звука.</li> <li>6. Автомодельные явления. Перенос примеси при распылении бугра грунтовых вод.</li> </ol>

### Вопросы по курсу

1. Простая модель Дыхне (диффузия в одной трещине). Режимы переноса для трещины в виде плоского слоя и прямого цилиндра. Качественное рассмотрение.
2. Обобщенная модель Дыхне (адвекция в трещине). Режимы переноса для трещины в виде плоского слоя и прямого цилиндра.
3. Простая модель Дыхне для ряда из  $M$  трещин. Случаи плоских и цилиндрических трещин.
4. Поведение концентрации в простой модели Дыхне на асимптотически больших расстояниях (случай плоской трещины).
5. Двумерная слоистая среда с адвекцией. Режимы переноса для периодического и случайного распределения по слоям направлений скорости.
6. Фракталы: фрактальная размерность, примеры, пересечение фракталов.
7. Основы теории перколяции. Порог протекания. Структура и свойства перколяционных кластеров. Критические индексы. Корреляционный радиус.
8. Перенос в среде со случайным полем скоростей адвекции. Зависимость и характер режима переноса от скорости убывания корреляционной функции скорости. Режимы переноса и их характеристики при конечном радиусе корреляции среды.
9. Перенос в среде с периодической структурой течения. Случаи валов и ячеек Бенара.
10. Основные положения модели СТРУ. Выражение для плотности вероятности распределения частиц в Фурье-Лаплас представлении.
11. Основы теории мультифракталов. Обобщенная статсумма. Спектр обобщенных фрактальных размерностей.
12. Классическая модель двупористой среды. Эффективные константы переноса на «больших» временах. Трудности классической двупористой модели.
13. Неравновесная модель двупористой среды. Функция памяти. Асимптотические выражения для функции памяти при больших и малых значениях переменной Лапласа.
14. Режимы переноса примеси в статистически однородных трещиновато-пористых средах при соотношении характерных времен  $t_u \ll t_a \ll t_b$ .
15. Среда с сорбцией. Типы изотерм сорбции. Простейшая модель переноса в среде с сорбцией. Эффективные константы переноса в среде с сорбцией на «больших» временах.

16. Коллоидно-усиленный перенос в двупористой среде. Система уравнений. Связь константы равновесия и времени релаксации с концентрацией и характерными размерами коллоидных частиц.
17. Режимы переноса, определяемые адвекцией примеси с постоянной скоростью внутри плоской трещины, окруженной пористой матрицей, при наличии коллоидов.
18. Ненасыщенные среды. Остаточное насыщение. Связь капиллярного давления с насыщением. Функция Лаверетта. Явление гистерезиса. Система уравнений переноса в ненасыщенной среде.
19. Ненасыщенные двупористые среды. Малые насыщения хорошо проницаемой подсистемы. Определение ведущей подсистемы переноса.
20. Элементы теории скейлинга. Определение скейлинга и автомодельного явления. Метод размерностей и задача Тейлора о ядерном взрыве. Промежуточные асимптотики.
21. Системы единиц измерений. Классы единиц измерений. Функция размерности. Физические величины с независимыми и зависимыми размерностями. П-теорема.
22. Физически подобные явления. Правила моделирования стационарного движения тела в жидкости, заполняющей очень большой объем, при скорости тела много меньшей скорости звука.
23. Автомодельные явления. Задача о расплывании бугра грунтовых вод.

## **Литература**

1. Физические модели аномального переноса примеси в сильно неоднородных средах. Труды ИБРАЭ под общ. ред. чл.-кор. РАН Л.А. Большова; Вып. 7. ИБРАЭ РАН. – М.: Наука, 2007.
2. Г. И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. Движение жидкостей и газов в природных пластах, Гл. 4, Москва, «Недра» 1984.
3. Г. И. Баренблатт, Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг, Долгопрудный: Издательский дом Интеллект, 2009.
4. С. В. Божокин, Д.А. Паршин, Фракталы и мультифракталы, - Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
5. Б. Т. Кочкин, Геологический подход к выбору районов захоронения радиоактивных отходов, Москва: Наука, 2005.