

## Численные методы в механике деформируемого твердого тела Филиппов А.С.

Излагаются основные понятия: напряжённо-деформированное состояние, тензоры напряжений и деформаций. Уравнения равновесия. Статическая и квазистатическая задачи. Основы теории упругости и теории пластичности. Численный метод конечных элементов и его дискретизация. Геометрически и физически нелинейные задачи. Также в рамках курса рассматривается механика защитной оболочки ядерного реактора.

№	Тема	Содержание
1	Механика деформируемого твёрдого тела (ДТТ)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Напряжённое состояние деформируемого твёрдого тела (ДТТ).</li> <li>2. Деформация.</li> <li>3. Упругость и определяющее соотношение. Уравнения МДТТ.</li> <li>4. Способы упрощения уравнений и граничных условий.</li> <li>5. Неупругость: пластичность.</li> <li>6. Ползучесть.</li> <li>7. Разрушение.</li> </ol>
2	Метод конечных элементов (МКЭ)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. О численном решении задач механики.</li> <li>2. Дискретизация пространственной области.</li> <li>3. Линейные одномерные элементы.</li> <li>4. Метод перемещений: двумерная плоская задача.</li> <li>5. Общие формулировки МКЭ.</li> <li>6. Нелинейные квазистатические задачи.</li> <li>7. Неполноразмерные элементы.</li> <li>8. Контактное взаимодействие.</li> </ol>
3	Динамика деформируемого твёрдого тела	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Уравнения движения. Принцип д'Аламбера. Постановки задач динамики ДТТ.</li> <li>2. Дискретизация МКЭ уравнений динамики. Интегрирование по времени. Матрица масс, её диагонализация.</li> <li>3. Явные схемы интегрирования. Неустойчивости численного решения. Условие Куранта. Матрица вязкого демпфирования.</li> <li>4. Колебания и волны. Скорость звука в твёрдом теле. Частотные формы.</li> </ol>

### Вопросы по курсу

1. Основные понятия : напряжение, момент сил, перемещение, деформация.
2. Внешние и внутренние силы. Формула Коши, тензор напряжений, его компоненты и инварианты. Уравнение равновесия.
3. Главные оси и главные значения тензора напряжений. Свойства главных значений
4. Тензор деформации, его компоненты и инварианты. Геометрическая нелинейность
5. Общее малое движение тела. Тензор вращений.
6. Определяющее соотношение. Физическая нелинейность. Закон Гука для изотропного материала. Упругие постоянные. Шаровая и девиаторная составляющие тензоров напряжений и деформаций. Закон Гука для них.
7. Постановка статической задачи теории упругости. Граничные условия по перемещениям.
8. Энергия упругой деформации. Принцип возможных работ
9. Принцип Сен–Венана. Задача о стержне: виды нагрузок. Оценки напряжений в сечении стержня при концевой нагрузке
10. Плоская задача: плоские напряжения и плоские деформации. Компоненты напряжений и деформаций.
11. Напряжение в тонкой трубе и тонкой сфере. Формула Лапласа.
12. Нормальные напряжения при изгибе, момент сопротивления при изгибе.
13. Термодеформации и термонапряжения.
14. Упруго–пластическое деформирование: диаграмма деформирования, предел текучести, критерии текучести, упрочнение, схематизация диаграммы.
15. Основные положения теории пластичности. Поверхность текучести.
16. Этапы численного решения задачи МДТТ.
17. Пространственная дискретизация области: элементы, узлы, модель конструкции
18. Общий вид интерполяции в конечном элементе. Локальные и глобальные координаты.

19. Основные типы конечных элементов. МКЭ–дискретизация для стержня и пружины.
20. 3–угольные и 4–угольные элементы 1–го порядка: коэффициенты функций формы
21. Пирамидальные базисные функции, общее представление численного решения в МКЭ. МКЭ как общий метод взвешенных невязок
22. Матричные обозначения. Представление тензоров деформаций и напряжений в элементе.
23. Узловые силы и перемещения; элементные и глобальные векторы и матрицы.
24. Построение уравнений МКЭ. Метод перемещений.
25. Учёт объёмных сил и поверхностных нагрузок в МКЭ.
26. Граничные условия по перемещениям: способы его численной реализации. Постановка г.у. в разных случаях (симметрия, частичное защемление).
27. Организация вычислительного цикла решения квазистатической задачи.
28. Моделирование конечных деформаций через тензор малых деформаций Коши. Малое вращение элемента и яманова производная.
29. Постулаты теории пластичности и их следствия. Модель возврата на поверхность текучести.
30. Уравнение перемещений при изгибе. Построение изгибного конечного элемента.
31. Уравнения динамики и принцип Даламбера. Постановки динамических задач МДТТ.
32. Дискретизация МКЭ динамических задач. Матрица масс и матрица вязкого демпфирования.
33. Уравнение энергии в динамике ДТТ. Уравнение состояния.

### **Литература**

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М. 1986
2. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория упругости.
3. Н.Н.Малинин, Прикладная теория пластичности и ползучести, М. Машиностроение, 1975
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: "Мир", 1975.
5. Стрэнг Г. , Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: "Мир", 1977

### **Учебные пособия**

Филиппов А.С. ЧММДТТ: электронный конспект лекций – текущая версия. ИБРАЭ РАН.