

НЕРАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ МИГРАЦИИ РАДИОНУКЛИДОВ НА УЧАСТКЕ «ЕНИСЕЙСКИЙ»

А. Д. Васильев, П. С. Кондратенко, Л. В. Матвеев
Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2017 г.

В работе представлены результаты разработки расчетно-аналитических методов и их приложения к исследованию транспорта радионуклидов после разрушения защитных барьеров в районе ПГЗРО на участке «Енисейский» Нижнеканского массива. Анализ включает в себя расчетное моделирование и получение асимптотических оценок на основе модели двупористой среды, которая, как предполагается, является наиболее подходящей для расчетного анализа миграции примесей исходя из гидрогеологических условий участка «Енисейский».

Предварительные оценки (с учетом имеющейся на данный момент информации по основным параметрам среды) позволяют утверждать, что радионуклиды (с низкой сорбционной способностью) достигнут русла реки Енисей через время порядка $3 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^6$ лет. Соответственно, для радионуклидов с высокой сорбционной способностью это время будет еще больше в R раз, где R – коэффициент задержки вследствие сорбции. Таким образом, в окружающую среду выйдут только изотопы с очень большим периодом полураспада. Этот вывод дает основание полагать, что радиационный уровень воздействия на окружающую среду окажется незначительным.

Ключевые слова: численное моделирование, аналитическая модель, диффузия, миграция частиц, захоронение радиоактивных отходов, радионуклиды.

Введение

Реалистичное прогнозирование транспорта радионуклидов в геологической среде в районе проектируемого пункта глубинного захоронения радиоактивных отходов (ПГЗРО) на участке «Енисейский» Нижнеканского массива является ключевым фактором обоснования долговременной безопасности этого объекта.

Наиболее вероятным путем миграции примесей на этом участке является их перенос в фильтрационном потоке подземных вод в западном направлении, разгружающемся в подрусловой поток р. Енисей [1] (рис. 1, 2). Существует также некоторая вероятность того, что транспорт будет происходить в северо-восточном направлении к р. Шумиха, притоку Енисея.

Предполагается, что главным механизмом переноса в породе гранитоидного типа (архейские

гнейсы) будет адвекция по трещинам в породе с диффузией в блоки, окружающие трещины.

Нижнеканский массив в целом характеризуется медленными темпами водообмена. Водообмен происходит по нескольким системам трещиноватости [1]. Оценка времени жизни частицы воды при ее движении в потоке подземных вод от ПГЗРО до русла реки составляет значительное время порядка 25 000 лет, что обсуждается в разделе 2.2. Вследствие этого средняя скорость адвекции является небольшой, что дает основания для медленной скорости миграции и позднего выхода радионуклидов в окружающую среду.

К настоящему времени уже проведены и продолжают проводиться расчеты по переносу радионуклидов на участке «Енисейский»

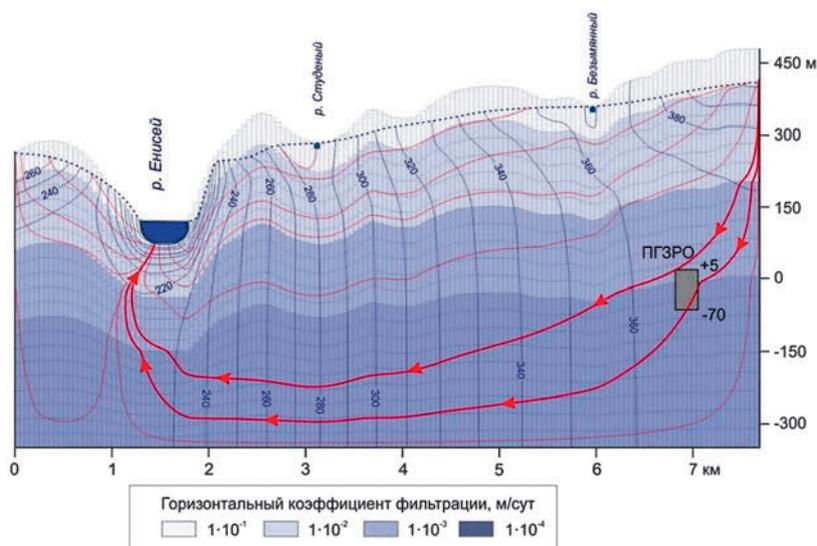


Рис. 1. Линии тока подземных вод в вертикальной плоскости в районе пункта глубинного захоронения радиоактивных отходов (ПГЗРО) «Енисейский»

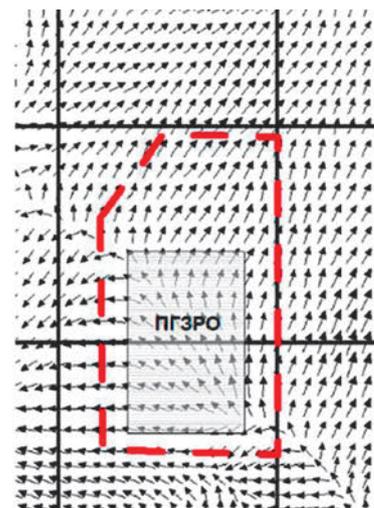


Рис. 2. Линии тока подземных вод в горизонтальной плоскости в районе пункта глубинного захоронения радиоактивных отходов (ПГЗРО) «Енисейский»

Нижнеканского массива с использованием различных аналитических и численных инструментов. Например, в отчете [1] представлены результаты расчета миграции радионуклидов по пути их распространения из ПГЗРО до выхода в окружающую среду с использованием кода GoldSim. Согласно этим результатам, максимальное значение потока радионуклидов в окружающую среду достигается через 10^4 – 10^5 лет в зависимости от вида радионуклида.

При описании переноса примеси в двупористых средах [2] часто используются модели, в которых фракции примеси, сосредоточенные в хорошо проницаемых каналах и в слабопроницаемых пористых блоках, локально описываются средними концентрациями, усредненными на масштабах больше характерных размеров блоков. При этом скорость обмена между подсистемами принимается пропорциональной разности этих средних концентраций [3, 4]. Это дает неплохое приближение для описания основной массы примеси на больших временах, когда градиентами концентрации на масштабах отдельных блоков можно пренебречь. Тем не менее, если размеры блоков достаточно велики, время выравнивания концентрации может оказаться большим, и роль указанных градиентов в описании динамики системы может оказаться существенной. Возможно прямое численное моделирование переноса в медленной среде, однако это требует больших вычислительных затрат, и при этом важные асимптотические закономерности переноса остаются не выявленными.

Для устранения данных недостатков была разработана неравновесная модель резкоконтрастной двупористой среды, в которой поведение концентрации описывается интегро-дифференциальным уравнением [9]. В настоящей

работе на основе этой модели и с помощью разработанного эффективного алгоритма расчета интегрального ядра построена численная модель, и проведены расчеты по переносу радионуклидов на участке «Енисейский». Одним из выводов исследования является утверждение о том, что реальная скорость перемещения облака примесей на больших временах по сравнению со скоростью адвекции дополнительно уменьшается в силу ухода частиц из быстрой среды в плотную матрицу. Поэтому фактическая скорость миграции примесей уменьшается на несколько порядков по сравнению со скоростью фильтрации грунтовых вод, и время выхода радионуклидов (даже с низкой сорбционной способностью, не говоря уже о сильно сорбирующихся изотопах) в р. Енисей оказывается очень большим — $3 \cdot 10^5$ – $1 \cdot 10^6$ лет.

1 Разработка расчетного алгоритма для описания неклассических процессов переноса в модели резко контрастной статистически однородной среды

Многочисленные исследования миграции примеси в сильно неоднородных средах, проведенные за последние десятилетия, показывают в большинстве случаев неклассический характер переноса частиц [5–9]. Для трещиновато-пористых сред, характерных для Нижнеканского массива, приближение однородной пористости является недостаточным. В этом случае описание следует строить на базе модели двойной пористости (или, иными словами, модели двупористой среды), в рамках которой система представляется как совокупность двух подсистем (рис. 3):

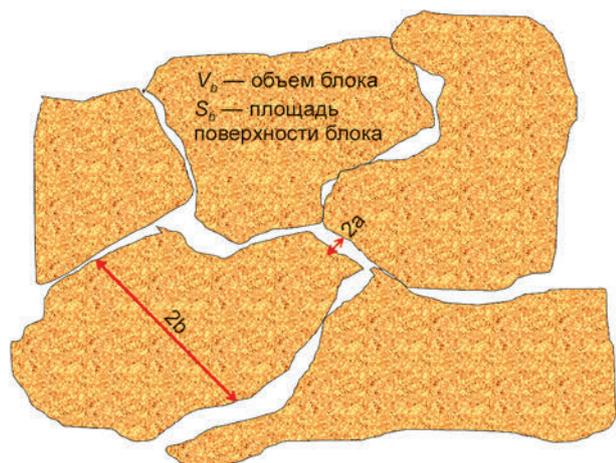


Рис. 3. Модель двупористой среды: $2a$ – апертура каналов, $2b$ – характерный диаметр блоков

- хорошо проницаемые каналы (как правило, соответствующие сетке трещин);
- слабопроницаемые пористые блоки, заполняющие пространство между каналами (трещинами).

Как правило, для различных сред апертура каналов $2a$ может варьироваться в широком диапазоне от 10^{-6} до 10^{-2} м, а размер блоков $2b$ изменяется в пределах от 10^{-1} до 10^1 м. Размер блоков является величиной порядка характерного расстояния между трещинами. Эти данные получены из анализа работ, посвященных данной тематике (см., например, [10, 11]).

Существуют различные методы численного моделирования процессов переноса в подобных резко контрастных геологических средах, основанные на соответствующих математических моделях этих процессов. Ниже предлагается подход, базирующийся на привлечении точных аналитических решений уравнения диффузии в слабопроницаемой среде с одновременным решением уравнений диффузии и адвекции в хорошо проницаемой (быстрой) среде.

1.1 Численная реализация модели двойной пористости для описания неклассического (неравновесного) переноса

Рассмотрим одномерную задачу диффузии и адвекции в системе, изображенной на рис. 4.

В качестве исходного уравнения при разработке расчетного алгоритма для описания неклассических процессов переноса в модели резко контрастной статистически однородной среды

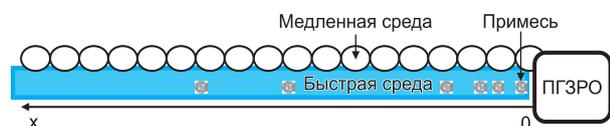


Рис. 4. Геометрия задачи о миграции примеси в резко контрастной геологической среде

рассматривалось уравнение для концентрации активной примеси (примеси, сосредоточенной в быстрой среде):

$$\frac{\partial c(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla c - D \Delta c(\vec{r}, t) = q(\vec{r}, t) - \lambda c(\vec{r}, t). \quad (1)$$

Здесь $c(\vec{r}, t)$ – объемная или массовая концентрация частиц примеси, $1/\text{м}^3$ или $\text{кг}/\text{м}^3$; $\vec{r} = (x, y, z)$ – координата в пространстве, м; t – текущее время, с; \vec{u} – средняя скорость адвекции, м/с; D – коэффициент диффузии частиц в быстрой среде (воде), $\text{м}^2/\text{с}$; $\lambda = 0,693/T_{1/2}$ – показатель степени для кривой распада изотопа, $T_{1/2}$ – период полураспада; $q(\vec{r}, t)$ – обмен примесью между медленной и быстрой средой (источник), $1/(\text{м}^3\text{с})$ или $\text{кг}/(\text{м}^3\text{с})$.

Ниже при аналитическом анализе мы не будем учитывать последний член в правой части (1), а лишь учтем его в основных выводах.

Как правило, будет реализовываться сток частиц из быстрой среды в медленную, поэтому переменная q в большинстве случаев отрицательная (меньше нуля), то есть число частиц в быстрой среде будет уменьшаться со временем.

Тем не менее после прохождения основной волны может сложиться ситуация, когда концентрация примеси в блоках начнет превышать концентрацию в канале (т. е. в быстрой среде). Тогда начинается обратный перенос примеси из медленной в быструю среду ($q > 0$). Таким образом, модель учитывает обмен примесью между быстрой и медленной подсистемами как в прямом, так и в обратном направлениях.

Коэффициент диффузии в воде для большинства примесей варьируется в пределах $10^{-8} - 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$.

Источник $q(\vec{r}, t)$ можно представить в виде:

$$q(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \varphi(t-t') c(\vec{r}, t') = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \varphi(t') c(\vec{r}, t-t'), \quad (2)$$

т. е. в виде производной по времени от интеграла типа «свёртки». Построение функции $\varphi(t)$ (интегральное ядро), описывающей уход примеси в слабопроницаемые блоки, является важным элементом теории.

В общем случае данные блоки могут иметь произвольную форму и имеет место значительный разброс их размеров, так что точное выражение для $\varphi(t)$ построить невозможно. Тем не менее в важных для описания поведения концентрации примеси временных интервалах (в частности, для интервала с неклассическим поведением) данная функция имеет хорошо определенные асимптотики, не зависящие от формы

блоков и определяемые только средними параметрами среды:

V_b — средний объем блока, м³;

S_b — площадь поверхности одного блока, м²;

d — коэффициент диффузии частиц в медленной среде, м²/с;

R — коэффициент задержки примеси в блоках в модели равновесной сорбции, безразм. ед.;

φ_b — пористость в блоках (объемная доля пустот), безразм. ед.;

φ_{fr} — объемная доля, занятая мобильными областями, безразм. ед.

Тогда характерное время, за которое количество примеси, ушедшее в блок, сравнивается с количеством примеси в канале, можно определить следующим образом:

$$t_a = \left(\frac{V_b}{S_b A} \right)^2 \frac{1}{dR}. \quad (3)$$

С другой стороны, характерное время, за которое примесь распространяется по всему блоку, оценивается так:

$$t_b = \left(\frac{V_b}{S_b} \right)^2 \frac{R}{d}. \quad (4)$$

Параметр A представляет собой отношение пористости блоков к трещиноватости (объемной доле, занятой мобильными подобластями):

$$A = \varphi_b / \varphi_{fr}. \quad (5)$$

Поскольку $\varphi_b \sim 5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-1}$, а $\varphi_{fr} \sim a/b \ll 10^{-2}$ (a — характерная ширина трещины, $b \approx V_b/S_b$ — характерный размер блока), то для практически важных случаев $A \gg 1$ и, следовательно, время $t_a \ll t_b$. Если предположить, что примесь несорбируемая ($R = 1$), то параметр t_a/t_b равен просто $1/A^2$, то есть полностью определяется геометрическими характеристиками среды. Подробный обзор адсорбционного поведения примесей в трещиновато-пористых средах с учетом гистерезиса адсорбции-десорбции приводится в монографии [4]. В соответствии с этой работой, параметр задержки R может варьироваться примерно в пределах одного порядка $R \approx 1 - 16$ в зависимости от радионуклида. Из (3), (4) следует, что чем больше R , тем меньше отношение t_a/t_b .

Отношение характерных времен t_a/t_b является исключительно важным параметром системы, как будет показано ниже, и в конечном итоге именно эта величина определит ключевые выходные параметры задачи: концентрацию радионуклидов в точках выхода и время выхода радионуклидов в окружающую среду.

Остановимся более подробно на определении коэффициента диффузии d в медленной среде.

В однородной среде (например, в водном растворе) поток массы примеси описывается классическим законом Фика:

$$J = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (6)$$

где J — поток массы примеси в направлении оси x , кг/(м²с); D — коэффициент диффузии, м²/с; c — массовая концентрация примеси, кг/м³.

В Нижнеканском массиве среда является трещиновато-пористой, причем трещины и поры полностью или частично (только в зоне аэрации) заполнены водой. Для трещиновато-пористой среды выражение для потока (6) видоизменяется следующим образом:

$$J = -\frac{\varepsilon s D}{T_m} \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (7)$$

где ε — пористость, s — насыщение (объемная доля воды в трещинах и порах), T_m — фактор искривленности трещин и пор. Фактор искривленности определяется так:

$$T_m = \left(\frac{l_{eff}}{l} \right)^2, \quad (8)$$

где l — расстояние между двумя точками на прямой x , l_{eff} — фактическая длина пути миграции частицы с учетом искривленности открытых пор. Параметр T_m составляет несколько единиц.

Соотношение (7) можно переписать в виде

$$J = -D_{eff} \frac{\partial c}{\partial x}, \quad D_{eff} = \frac{\varepsilon s D}{T_m}. \quad (9)$$

Поскольку диффузия происходит только в водной среде в трещинах и порах, а среда в районе ПГЗРО является насыщенной ($s = 1$), то значение коэффициента диффузии d в медленной среде в определениях характерных времен t_a (3) и t_b (4), выглядит так:

$$d = \frac{D}{T_m}, \quad (10)$$

т. е. меньше коэффициента диффузии примеси в воде всего в несколько раз (фактор искривленности).

Продолжим анализ уравнения переноса в дупористой среде. Интегральное ядро $\varphi(t)$ в формуле (2) может быть приближенно представлено в следующих формах для малых ($t \ll t_b$):

$$\varphi(t) \approx \frac{1}{\sqrt{t_a t_b}} \left[-1 + \sqrt{\frac{t_a}{\pi t_b}} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-n^2 \frac{t_b}{t_a}\right) \right] \right] \quad (11)$$

и больших ($t \gg t_b$) времен:

$$\varphi(t) \approx \frac{2}{\sqrt{t_a t_b}} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{t}{t_b} \right]. \quad (12)$$

Аппроксимируем интегралы в (2) следующим образом

$$\begin{aligned} \Phi_l &= \int_{(l-1)\tau}^{l\tau} dt' \varphi(t') = \\ &= \frac{\tau}{\sqrt{t_a t_b}} \left(2\sqrt{\frac{t_b}{4\pi\tau}} (\sqrt{l} - \sqrt{l-1}) - 1 \right), \quad l \leq \frac{t_b}{6\tau} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Phi_l &= \int_{(l-1)\tau}^{l\tau} dt' \varphi(t') = \\ &= \frac{2}{\pi^2} \sqrt{\frac{t_b}{t_a}} \left[\exp \left(\frac{\pi^2 \tau}{t_b} \right) - 1 \right] \exp \left(- \frac{\pi^2 \tau}{t_b} l \right), \quad l > \frac{t_b}{6\tau}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для численного расчета уравнения (1) в 1D-приближении применена следующая численная схема:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \left[c_i^n - c_i^{n-1} + \sum_{l=1}^{n-1} \Phi_l c_i^{n-l+1} - \sum_{l=1}^{n-1} \Phi_l c_i^{n-l} \right] - \\ - \frac{D}{h^2} [s \Lambda_i^n + (1-s) \Lambda_i^{n-1}] = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где оператор Λ_i^n равен:

$$\Lambda_i^n = c_{i+1}^n - 2c_i^n + c_{i-1}^n. \quad (16)$$

В уравнении (15) применены следующие обозначения:

τ — шаг по времени, с;
 h — пространственный шаг дискретизации, м;
 D — коэффициент диффузии в быстрой среде, м²/с;
 s — параметр неявности численной схемы, безразм. ед.
 Верхний индекс обозначает номер шага по времени ($0 < n < N$), нижний — номер пространственного шага ($0 < i < M$).

Система решалась двумя методами: методом Гаусса для разреженных матриц и методом прогонки. Оба метода показали идентичные результаты.

1.2 Сравнение результатов численного моделирования 1D-диффузии и 1D-адвекции с аналитическими асимптотиками

Диффузия. Зададим граничные условия в следующем виде. На левой и правой границе быстрой среды (рис. 4) поток равен нулю. Скорость адвекции также равна нулю, т. е. $\bar{u} = 0$. Из быстрой среды происходит унос частиц в медленную среду. Сорбция учитывается параметрами t_a и t_b , см. выражения (3) и (4).

Начальные условия. В начальный момент времени частицы присутствовали в первых 10 расчетных ячейках (каждая ячейка имеет размер $h = 0,05$ м), где концентрация была такова ($c_0 = 2$), что интеграл от концентрации по x был равен 1 (как у δ -функции), т. е. всего в системе была одна частица $N_0 = 1$. Во всех других ячейках концентрация была равна 0.

Если пренебречь распадом (бесконечный период полураспада $T_{1/2}$), число частиц в быстрой среде N_1 можно оценить аналитически. Таким образом, с течением времени число частиц в мобильной подсистеме убывает по следующему закону:

$$N \approx N_1 = N_0 \sqrt{\frac{t_a}{\pi t}}, \quad t_a \ll t \ll t_b, \quad (17)$$

$$N \approx N_2 = N_0 \sqrt{\frac{t_a}{\pi t_b}}, \quad t \gg t_b. \quad (18)$$

На малых расстояниях от места первоначального расположения примеси (ядро интеграла, ближняя зона) справедлива следующая асимптотика F_0 :

$$c(x, t) \approx F_0(x, t), \quad x \ll \sqrt{D\sqrt{t_a}t}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} F_0(x, t) = \\ = \frac{N_1}{\sqrt{D\sqrt{t_a}t}} \frac{\sqrt{\pi}}{2\Gamma(\frac{1}{4})} \left[1 + \frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{8\Gamma(\frac{3}{4})} \sqrt{\frac{t_a}{t}} - \alpha^2 \frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{8\Gamma(\frac{3}{4})} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где t — время, с; x — координата, м; $\Gamma(\xi)$ — гамма-функция.

Параметр α равен

$$\alpha = \sqrt{\frac{x^2}{D\sqrt{t_a}t}}. \quad (21)$$

На больших расстояниях $1 \ll \alpha \ll 4(t/t_a)^{3/4}$ (ближний хвост распределения) будет справедлива асимптотика F_1 :

$$c(x, t) \approx F_1(x, t), \quad 1 \ll \alpha \ll 4 \left(\frac{t}{t_a} \right)^{\frac{3}{4}}, \quad (22)$$

$$F_1(x, t) = \frac{N_0}{\sqrt{6\pi Dt}} \left[\frac{t_a}{t} \left(\frac{\alpha}{4} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{\frac{1}{4}} \exp \left[-3 \left(\frac{\alpha}{4} \right)^{\frac{4}{3}} \right]. \quad (23)$$

На рис. 5–8 показаны численные решения распределения концентрации примеси в зависимости от номера узла (продольной координаты) для различных моментов времени, а также для различных параметров среды t_a и t_b . Во всех случаях на графиках приводятся асимптотики F_0 и F_1 для ближней зоны и ближнего хвоста соответственно.

Рис. 5 показывает профиль концентрации для момента времени $t = 10^7$ с. Начальная

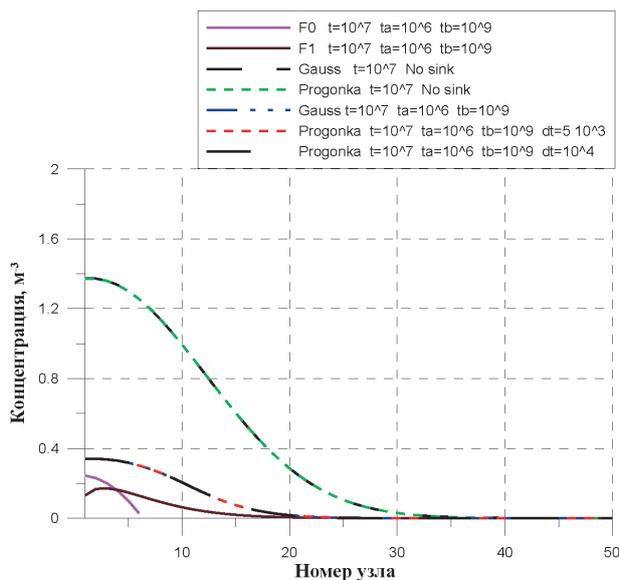


Рис. 5. Профиль распределения концентрации для момента времени $t = 10^7$ с ($t_a = 10^6$ с и $t_b = 10^9$ с). Показаны асимптотики F_0 и F_1

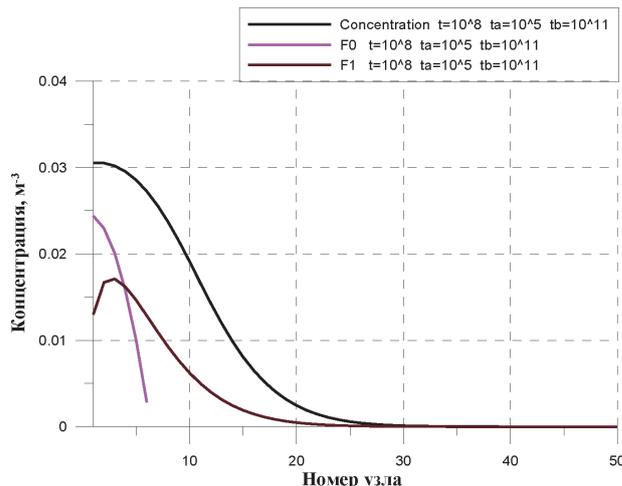


Рис. 6. Профиль распределения концентрации для момента времени $t = 10^8$ с ($t_a = 10^5$ с и $t_b = 10^{11}$ с). Показаны асимптотики F_0 и F_1

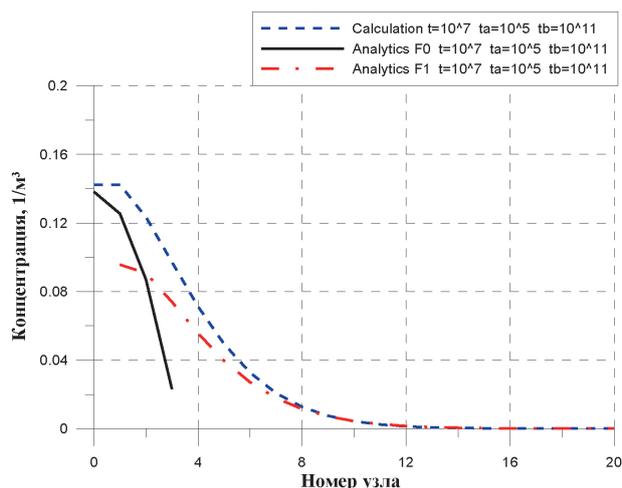


Рис. 7. Профиль распределения концентрации для $t = 10^7$ с ($t_a = 10^5$ с и $t_b = 10^{11}$ с). Показаны аналитические зависимости F_0 и F_1 , аппроксимирующие численное решение

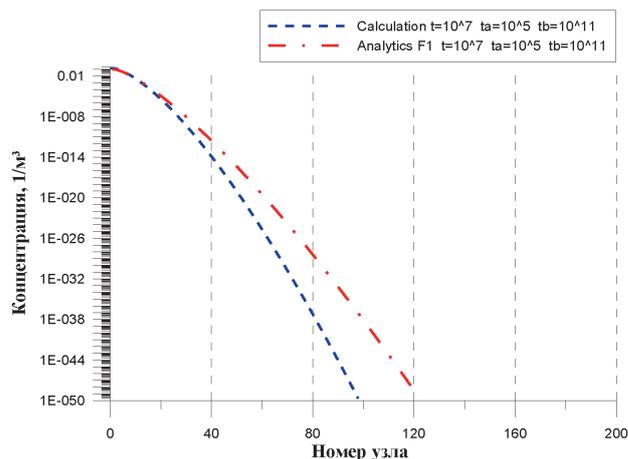


Рис. 8. Профиль распределения концентрации в логарифмическом масштабе для момента времени $t = 10^7$ с ($t_a = 10^5$ с и $t_b = 10^{11}$ с). Показана асимптотика F_1 , аппроксимирующая численное решение в ближнем хвосте

концентрация была $c_0 = 2$ в 10 первых ячейках. Видно, что концентрация частиц в случае отсутствия стока частиц в медленную среду (результаты, помеченные как No sink) падает к этому моменту времени не столь значительно по сравнению с начальной концентрацией и происходит за счет диффузионного размывания. Однако при наличии перехода частиц из быстрой в медленную среду, что соответствует реальности, число частиц в быстрой среде стремительно падает.

Кривые, представленные на этом же рисунке, показывают идентичность результатов, полученных разными методами решения системы уравнений, а также с использованием различной величины шага по времени.

Из рис. 5 и 6 видно также, что огибающая асимптотик F_0 и F_1 несколько недооценивает точное решение задачи. Это обстоятельство объясняется тем, что в начальном распределении в расчетах частицы присутствовали в 10 первых ячейках, а асимптотики F_0 и F_1 получены исходя из предположения, что начальное распределение имеет вид δ -функции.

В целом рис. 5–8 демонстрируют разумное поведение концентрации примеси в ближней зоне и ближнем хвосте (то есть в зонах, где достигаются и превышены предельно допустимые концентрации радионуклидов), а также то, что асимптотики F_0 и F_1 могут успешно применяться для экспресс-оценки концентрации частиц.

С целью проверки гипотезы об отклонении численного и асимптотического решения, обусловленного отличием начального распределения от δ -функционного, на рис. 7 показаны численные решения для начального распределения частиц не в 10 первых ячейках, а в двух первых ячейках. Видно, что теперь численные результаты и огибающая асимптотик F_0 и F_1 демонстрируют значительно лучшее совпадение между собой. В частности, асимптотика F_1 практически идеально совпадает с точным решением в диапазоне координат, соответствующем ближнему хвосту. Это дополнительно убеждает нас в мощных предсказательных способностях полученных аппроксимаций.

На рис. 8 показано распределение концентрации частиц в логарифмическом масштабе. Из рисунка видно, что асимптотика F_1 хорошо работает в ближнем хвосте, а в дальнем хвосте распределения она отклоняется от истинного решения задачи.

Исследуем теперь сохранение числа частиц в системе. Численная схема, примененная для решения системы уравнений, сама по себе сохраняет полное число частиц в быстрой и медленной среде. Но интересен вопрос о числе частиц в быстрой подсистеме, которое должно удовлетворять на больших временах асимптотическому соотношению (17). В таблице 1 приведены расчетные и аналитические значения для числа частиц в быстрой среде N_1 для различных времен и входных параметров.

Таблица 1. Число частиц в быстрой среде в случае диффузионного переноса

Параметры расчета	$t=10^8$ с $t_a=10^6$ с $t_b=10^{10}$ с	$t=10^7$ с $t_a=10^6$ с $t_b=10^9$ с	$t=10^7$ с $t_a=10^5$ с $t_b=10^{11}$ с	$t=10^8$ с $t_a=10^5$ с $t_b=10^{11}$ с	$t=10^9$ с $t_a=10^5$ с $t_b=10^{11}$ с
N_1 аналитика	$5,65 \cdot 10^{-2}$	0,179	$5,65 \cdot 10^{-2}$	$1,79 \cdot 10^{-2}$	$5,65 \cdot 10^{-3}$
N_1 расчет	$6,04 \cdot 10^{-2}$	0,179	$5,32 \cdot 10^{-2}$	$1,70 \cdot 10^{-2}$	$5,52 \cdot 10^{-3}$

Анализ таблицы показывает, что аналитическая зависимость (17) с хорошей точностью совпадает с численным значением (площадь под кривой распределения). Это означает, в частности, что этим соотношением можно успешно пользоваться для экспресс-оценки числа частиц в мобильной подсистеме.

Адвекция. В данном случае предполагается, что в быстрой (мобильной) подсистеме присутствует только перенос частиц в жидкости (адвекция), но нет диффузии (уравнение 1). По-прежнему происходит унос частиц из быстрой в медленную среду. В приближении бесконечного периода полураспада $T_{1/2}$ получим:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = q. \tag{24}$$

В этом случае система уравнений имеет следующее приближенное решение для ближнего хвоста распределения:

$$c \approx F_2(x, t), \quad t_a \ll t \ll t_b, \tag{25}$$

$$F_2(x, t) = \frac{x}{u \tilde{t} \sqrt{4\pi D_u \tilde{t}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_u \tilde{t}}\right), \tag{26}$$

$$\tilde{t} = t - \frac{x}{u}, \quad D_u = u^2 t_a. \tag{27}$$

На рис. 9–11 представлены результаты для начального распределения, при котором частицы находились только в 11-й и 12-й ячейках. Начальное распределение было сдвинуто на 10 ячеек вправо относительно начала координат для удобства сравнения с асимптотикой F_2 , которая соответствовала начальному распределению в виде δ -функции в нуле координаты x . По-прежнему интеграл от начального распределения частиц был равен единице.

Результаты показывают неплохое согласие между численными результатами и асимптотикой F_2 , которое становится наиболее ярко выраженным на достаточно больших временах.

Рис. 9, 10 демонстрируют перенос примеси в случае уноса частиц в медленную среду. Видно, что площадь под кривой распределения неуклонно падает с течением времени, что означает резкое уменьшение частиц в мобильной подсистеме.

На рис. 11 показано распределение частиц для различных моментов времени в логарифмическом масштабе, полученное из асимптотики F_2 . Видно, как со временем распределение становится все более и более пологим, и при этом неуклонно падают значения концентраций в ближней зоне и ближнем хвосте распределения.

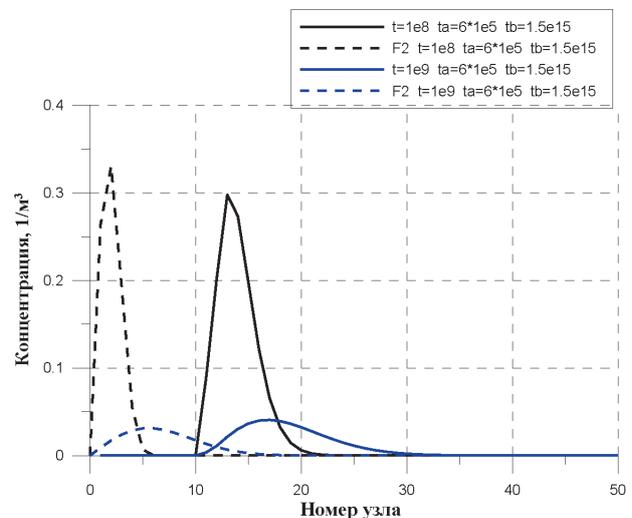


Рис. 9. Профиль распределения концентрации для моментов времени $t = 10^8$ с и 10^9 с ($t_a = 6 \cdot 10^5$ с и $t_b = 1.5 \cdot 10^{15}$ с). Скорость адвекции $u = 8 \cdot 10^{-9}$ м/с

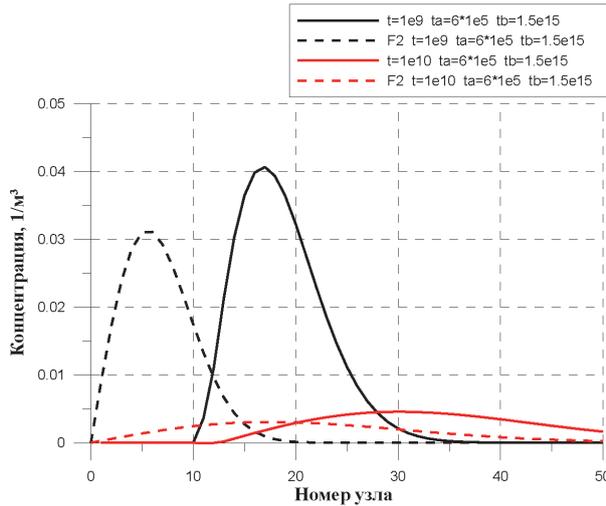


Рис. 10. Профиль распределения концентрации для моментов времени $t = 10^9$ с и 10^{10} с ($t_a = 6 \cdot 10^5$ с и $t_b = 1.5 \cdot 10^{15}$ с). Показана асимптотика F_2 . Скорость адвекции $u = 8 \cdot 10^{-9}$ м/с

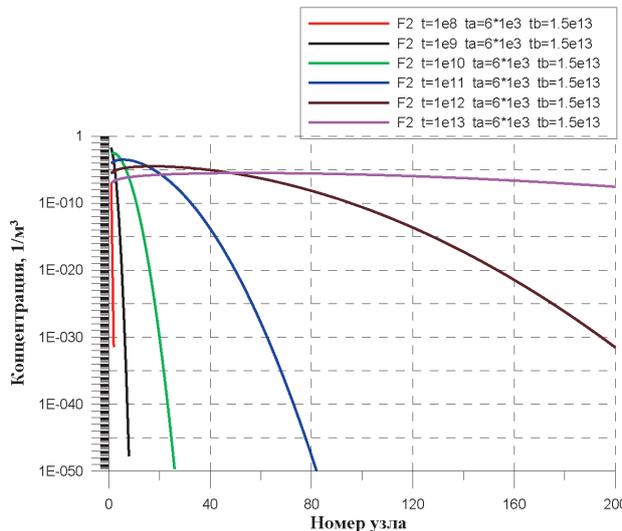


Рис. 11. Асимптотический профиль распределения концентрации в логарифмическом масштабе для моментов времени $t = 10^8$ с, 10^9 с, 10^{10} с, 10^{11} с, 10^{12} с, 10^{13} с. Параметры $t_a = 6 \cdot 10^3$ с и $t_b = 1.5 \cdot 10^{13}$ с. Скорость адвекции $u = 8 \cdot 10^{-9}$ м/с

В таблице 2 показано сравнение числа частиц в мобильной подсистеме, полученных из численного решения и асимптотики F_2 . Вновь видно неплохое соответствие числа частиц N_1 , полученных обоими методами, для различных времен и входных параметров.

Таблица 2. Число частиц в быстрой среде в случае адвективного переноса

Параметры	$t=10^5$ с	$t=10^6$ с	$t=10^7$ с	$t=3 \cdot 10^7$ с	$t=10^8$ с
$t_a = 6 \cdot 10^3$ с	$t_a = 6 \cdot 10^3$ с	$t_a = 6 \cdot 10^3$ с	$t_a = 6 \cdot 10^3$ с	$t_a = 6 \cdot 10^3$ с	$t_a = 6 \cdot 10^3$ с
расчета	$t_b = 1,5 \cdot 10^{13}$ с				
N_1 аналитика	0,138	$4,37 \cdot 10^{-2}$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$7,98 \cdot 10^{-3}$	$4,37 \cdot 10^{-3}$
N_1 расчет	1,10	$4,78 \cdot 10^{-2}$	$1,52 \cdot 10^{-2}$	$8,79 \cdot 10^{-3}$	$4,82 \cdot 10^{-3}$

Адвекция+диффузия. Для аналитической оценки миграции радионуклидов на большие расстояния (до р. Енисей или Шумихи) нам потребуется знание асимптотики дальнего хвоста распределения для решения совместной задачи адвекции+диффузии.

Для этой задачи появляется еще одно характерное время:

$$t_u = \frac{4D}{u^2}, \quad (28)$$

где u — скорость адвекции.

Сделаем оценки, получим $t_u \approx 4 \cdot 10^{-9} / (8 \cdot 10^{-9})^2$ с $\approx 6,2 \cdot 10^7$ с. Оценим безразмерный параметр $t_u^2 / (t_a t_b)$ для геологической формации участка «Енисейский». Если $t_a \sim 10^7$ с, а $t_b \sim 10^{11}$, то $t_u^2 / (t_a t_b) \approx 3,6 \cdot 10^{-3}$.

Для $t_u^2 / (t_a t_b) \ll 1$ справедливы следующие асимптотики:

$$c(x, t) \approx \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{x^2}{4Dt}\right], \quad t \ll t_a, \quad (29)$$

$$c(x, t) \approx \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)} \sqrt{\frac{t_a}{t}} \frac{N_0}{\sqrt{D\sqrt{t_a t}}} \left[1 - \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{4}\right)}{8\pi\sqrt{2}} \alpha^2\right], \quad (30)$$

$$\alpha \ll 1, \quad t_a \ll t \ll t_b$$

$$c(x, t) \approx F_3(x, t) = \sqrt{\frac{t_a}{t_b}} \frac{N_0}{\sqrt{4\pi\tilde{D}t}} \exp\left[-\frac{(x - \tilde{u}t)^2}{4\tilde{D}t}\right], \quad (31)$$

$$t \gg t_b$$

где

$$\tilde{D} = D\sqrt{\frac{t_a}{t_b}}, \quad \tilde{u} = u\sqrt{\frac{t_a}{t_b}}. \quad (32)$$

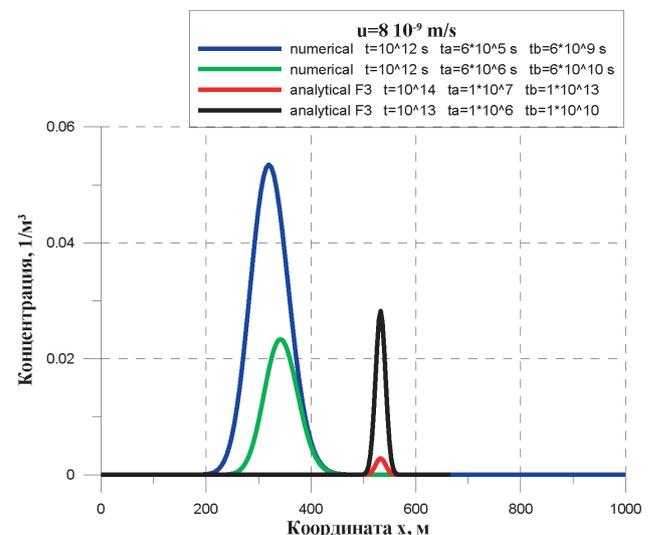


Рис. 12. Численный и аналитический (асимптотика F_3) профиль распределения концентрации для различных моментов времени t и характерных времен t_a и t_b

На рис. 12 показаны результаты численного моделирования и асимптотики F_3 для различных текущих времен t и характерных времен t_a и t_b . Видно, что при данных параметрах распространяющаяся волна концентрации примеси имеет почти симметричный вид, ее амплитуда убывает с уменьшением отношения t_a/t_b , а скорость волны также падает с уменьшением отношения t_a/t_b .

2 Приложение модели двупористой среды к миграции радионуклидов на участке «Енисейский» Нижнеканского массива

Для адекватного приложения разработанных численных и аналитических методик прежде всего необходимо определение основных входных параметров модели. Для этого требуются геологические изыскания, включающие в себя как прямые методы (буровые работы; исследование образцов кернов с целью получения параметров пористости, трещиноватости, проницаемости и насыщенности; гидрогеологические изыскания на поверхности и на глубине и т. д.), так и косвенные (геофизические исследования, определение возраста вод, изучение напряженно-деформированного состояния, исследования аналогичных по составу пород и т. д.).

Определенный объем подобных исследований уже проведен к настоящему времени на участке «Енисейский». В частности, измерены основные гидрогеологические параметры, выполнены измерения пористости и трещиноватости среды. Разумеется, все эти параметры будут уточнены в предстоящих измерениях и планируемых тестах и экспериментах в ПИЛ.

2.1 Оценка основных входных параметров модели

Для оценки самых важных системных временных параметров t_a и t_b требуется знать пористость среды ϕ_b и ее трещиноватость ϕ_{fr} . Оценки этих величин, имеющиеся на данный момент, таковы: $\phi_b \sim 6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-2}$, $\phi_{fr} \sim 3 \cdot 10^{-3}$ [1].

Параметр A представляет собой отношение пористости блоков к трещиноватости (объемной доле, занятой мобильными подобластями):

$$A = \phi_b / \phi_{fr} \tag{33}$$

Если принять за справедливую оценку для пористости блоков верхнее значение из диапазона, получим, что параметр A порядка 10 и, следовательно, отношение характерных времен задачи будет

$$\frac{t_a}{t_b} = \frac{1}{A^2 R^2} \approx 10^{-4} - 10^{-2} \tag{34}$$

в зависимости от коэффициента задержки R вследствие сорбции. Как уже упоминалось выше, принимаем, что он варьируется от 1

(несорбируемые примеси) до 16 (сильно сорбируемые примеси).

При этом время t_b оценивается как

$$t_b = \left(\frac{V_b}{S_b} \right)^2 \frac{R}{d} \approx 10^{11} - 10^{12} \text{ с.} \tag{35}$$

При получении оценки (35) характерный размер блока V_b/S_b был принят равным от 3 до 10 м, а коэффициент диффузии в блоках (10) равен $d \approx 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$.

2.2 Результаты аналитического и численного моделирования для участка «Енисейский»

Для расчетов нам необходима скорость адвекции — скорость в мобильной подсистеме для Нижнеканского массива в районе пункта хранения радиоактивных отходов (ПХ РАО). В отчете [1] оценивалась эффективная скорость фильтрации и истинная скорость массопереноса.

Истинная скорость массопереноса (адвекции) для гидрогеологического режима подземных вод в районе ПХ РАО составила

$$u = L/t_0 \approx 5500/2200 \approx 0,25 \text{ м/год} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ м/с.} \tag{36}$$

Здесь L — длина линии тока по пути к р. Енисей, м, t_0 — время нахождения условной частицы в массиве, лет.

Рассмотрим квазиодномерную миграцию примеси к реке (рис. 13). Результаты численного моделирования при различных входных параметрах представлены на рис. 14, а аналитические результаты (асимптотика F_3) показаны на рис. 15. Результаты показывают, что эффективная скорость переноса облака частиц сильно зависит от характерных времен задачи t_a и t_b . Вспомним также, что в эти параметры входит и параметр сорбции R , причем отношение t_a/t_b обратно пропорционально квадрату R .

Обратимся теперь к выводам п. 1.2, формулы (31), (32). Эффективная скорость распространения волны концентрации примеси равна

$$u_{eff} = \tilde{u} = u \sqrt{\frac{t_a}{t_b}} \approx 10^{-10} \text{ м/с.} \tag{37}$$

Поэтому характерное время, за которое примесь (с низкой сорбционной способностью $R \approx 1$, например, ^{129}I) достигнет Енисея, будет порядка $\tau \approx L/u_{eff} \approx 10^{15} \text{ с} \approx 300\,000 \text{ лет}$ при $t_a/t_b = 10^{-4}$. Если примесь будет распространяться до р. Шумиха, то время, за которое частицы достигнут этой реки, окажется порядка 100 000 лет при той же скорости адвекции. Для радионуклидов с высокой сорбционной способностью $R \gg 1$ (например, ^{135}Cs) эти времена будут еще больше в R раз, где R — коэффициент задержки вследствие сорбции для данного изотопа.

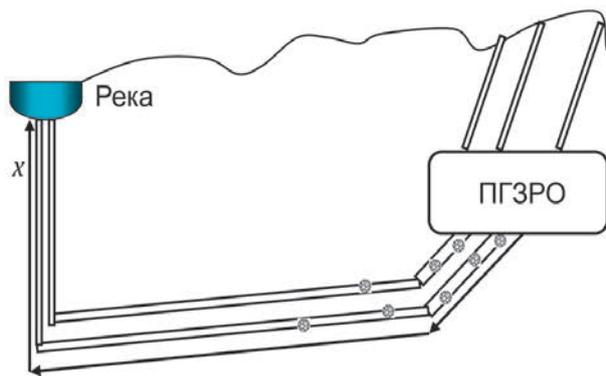


Рис. 13. Схематическое представление геометрии задачи о миграции примеси от ПГЗРО к реке

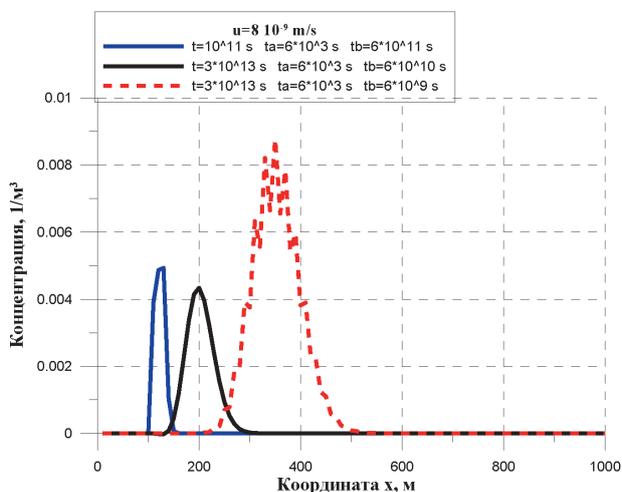


Рис. 14. Численный профиль распределения концентрации для различных моментов времени t и различных t_a и t_b

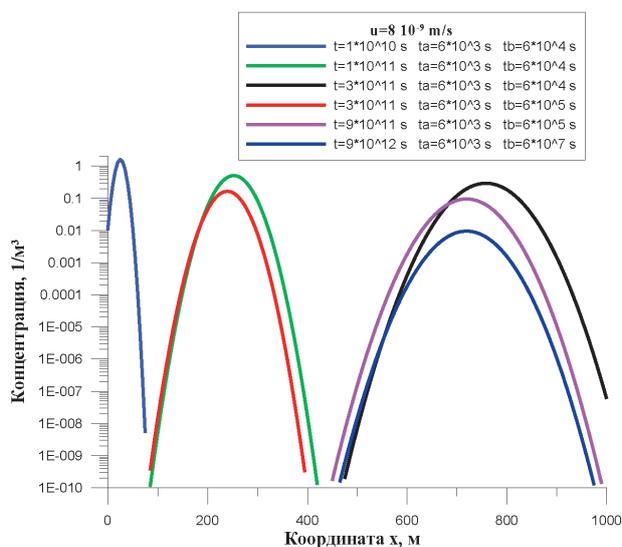


Рис. 15. Асимптотический профиль распределения концентрации в логарифмическом масштабе для различных моментов времени t и различных t_a и t_b

Однако амплитуда (максимум) дошедшей до реки волны концентрации будет зависеть от отношения t_a/t_b . Эта амплитуда будет равна величине, получаемой из формулы (31), с учетом выражения для времени миграции τ :

$$B \approx \sqrt{\frac{t_a}{t_b}} \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D \tau}} = \sqrt{\frac{t_a}{t_b}} \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D \tau \sqrt{\frac{t_a}{t_b}}}} = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D \tau}} \left(\frac{t_a}{t_b}\right)^{1/4} \quad (38)$$

или с учетом оценки для τ :

$$B \approx \frac{N_0 \sqrt{u}}{\sqrt{4\pi DL}} \left(\frac{t_a}{t_b}\right)^{3/4}$$

Амплитуда обратно пропорциональна корню из длины пути миграции при неизменном отношении t_a/t_b . Например, при единичной концентрации в месте захоронения через время τ , соответствующее достижению русла Шумихи или Енисея, и $t_a/t_b = 10^{-4}$ концентрация на выходе в окружающую среду будет около $3 \cdot 10^{-5}$.

Площадь под кривой, то есть количество частиц в быстрой среде, будет

$$B \sqrt{4D\tau} = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{t_a}{t_b}\right)^{1/2}, \quad (39)$$

т. е. не зависит от времени. Так и должно быть, потому что на временах, больших всех характерных времен ($t \gg t_a, t_b$) блоки уже заполнены примесью. Это утверждение находится в согласии с (18), т. е. число частиц в мобильной среде постоянно и равно N_2 .

Допустимость квазиодномерного приближения задачи миграции примеси к реке оправдывается оценкой характерного диффузионного размытия облака примесей в направлениях осей y и z :

$$\delta \approx \sqrt{D\tau} \approx 10 \text{ м,}$$

то есть много меньше характерных размеров задачи.

Другое следствие выражения (39) состоит в том, что число частиц, дошедших до реки (Енисей или Шумиха), пропорционально корню из отношения t_a/t_b . Параметр t_a/t_b четко определяется геометрическими свойствами. Это означает, что возможные изменения числа частиц в волне, достигающей реки, связаны с изменением таких параметров, как пористость, трещиноватость, распределение трещин по размерам либо с различной сорбционной способностью частиц.

Наиболее важные радионуклиды с точки зрения формирования уровней воздействия на окружающую среду перечислены в таблице 3. Как показывает анализ литературы, для многих нуклидов уже имеются экспериментальные данные для переноса, которые было бы разумно

дополнить на основании результатов будущих тестов в ПИЛ. Таким образом, практически все изотопы из этой таблицы, кроме изотопов с низкой активностью ^{238}U , ^{135}Cs и ^{129}I , распадутся к моменту выхода в окружающую среду.

Таблица 3. Наиболее важные радионуклиды, их периоды полураспада и максимально допустимая удельная активность в составе РАО в упаковках, поступающих на ПГЗРО

Радионуклид	Период полураспада $T_{1/2}$, лет	Максимально допустимая удельная активность в составе РАО в упаковках, поступающих на ПГЗРО, Бк/кг
^{129}I	$1,57 \cdot 10^7$	4,4E+03
^3H	$1,24 \cdot 10^1$	2,3E+08
^{99}Tc (TcO_4^-)	$2,13 \cdot 10^5$	5,1E+06
^{79}Se (SeO_3^{2-})	$6,50 \cdot 10^4$	4,5E+04
^{90}Sr	$2,91 \cdot 10^1$	5,6E+08
^{238}U	$4,47 \cdot 10^9$	2,1E+05
^{137}Cs	$3,00 \cdot 10^1$	1,3E+09
^{135}Cs	$2,30 \cdot 10^6$	6,0E+04
^{243}Am	$7,38 \cdot 10^3$	2,1E+05
^{239}Pu	$2,41 \cdot 10^4$	8,3E+07

Остановимся в заключение на моделировании граничного условия в точке прихода нуклидов к реке. Представляется целесообразным в этой точке ставить нулевое граничное условие, т. е. $c(x=L)=0$. Поскольку корреляция $F_3(x, u, t)$ имеет нулевое значение на бесконечности $F_3(\infty, u, t)=0$, то граничному условию $c(x=L)=0$ будет удовлетворять следующая комбинация (рис. 16):

$$F_3(x, u, t) + F_3(-x, -u, t).$$

Это означает, что поток примеси в точке выхода к реке равен

$$-D \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L} + uc \Big|_{x=L} = 2 \left(-D \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=L} + uF \Big|_{x=L} \right),$$

т. е. реальный поток удваивается за счет изображения по сравнению с асимптотикой F_3 .

В целом, полученные результаты для характерного времени выхода радионуклидов в окружающую среду выше на один-два порядка в сравнении с данными отчета [1].

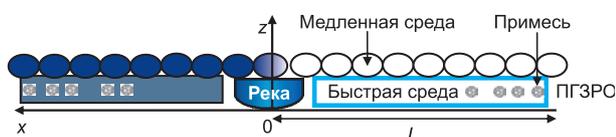


Рис. 16. Иллюстрация метода изображений для задачи о миграции примеси от ПГЗРО к реке

Заключение

Проведено численное моделирование диффузии и адвекции примеси для квазиодномерного случая. В качестве входных параметров модели были использованы имеющиеся на данное время значения по основным характеристикам гидрогеологической среды участка «Енисейский» Нижнеканского массива. Полученные результаты показывают разумное физическое поведение для наиболее интересных пространственных зон (ближняя зона, ближний хвост распределения, дальний хвост распределения).

Асимптотики F_0 и F_1 (в случае диффузии) и F_2 и F_3 (в случае адвекции) позволяют получить очень хорошее приближение к численному решению задачи переноса примеси в двупористых средах. Функция F_0 описывает ближнюю зону, функции F_1 и F_2 аппроксимируют ближний хвост распределения, функция F_3 применяется для оценки дальнего хвоста распределения. В ходе расчетов получено разумное согласие между результатами численного моделирования и асимптотического анализа.

Асимптотический анализ является мощным инструментом исследования процессов переноса, позволяющим получать хорошие оценки для ключевых выходных параметров решения задач классического и неклассического переноса и имеющим преимущество именно для исследования миграции радионуклидов на большие расстояния от источника.

Массив водонасыщенных горных пород участка «Енисейский» является естественным барьером, препятствующим переносу радионуклидов посредством задержки их миграции и падения их концентрации в местах выхода в окружающую среду.

Предварительные оценки на основании результатов численного моделирования и асимптотического анализа позволяют сделать вывод, что радионуклиды с низкой сорбционной способностью достигнут русла реки Енисей через время порядка $3 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^6$ лет после разрушения технических барьеров безопасности. Для радионуклидов с высокой сорбционной способностью это время будет еще больше в R раз, где R — коэффициент задержки вследствие сорбции. При этом режим переноса будет последовательно меняться как в основном облаке, так и ближнем и дальнем хвостах: сначала классический режим, затем неклассический режим (субдиффузия) и, наконец, снова классическое поведение, но с уменьшенной скоростью адвекции.

Есть все основания полагать, что ввиду такого большого времени миграции радиационный уровень воздействия на окружающую среду в точках выхода нуклидов окажется незначительным и не превысит пороговых значений.

Благодарность

Авторы выражают глубокую признательность сотрудникам ИБРАЭ РАН А. С. Баринову и С. А. Богатову за предоставленные материалы и ценные замечания при обсуждении.

Работа выполнена частично при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-01229).

Литература

1. Отчет по обоснованию безопасности деятельности по размещению и сооружению не относящегося к ядерным установкам пункта хранения РАО, создаваемого в соответствии с проектной документацией на строительство объектов окончательной изоляции РАО (Красноярский край, Нижнеканский массив) в составе подземной исследовательской лаборатории. Глава 6. Радиационная безопасность. — Москва, ФГУП «НО РАО», 2015. — С. 6-1—6-382.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикладная математика и механика. — 1960. — Т. 24, вып. 5.
3. Gerke H. H., van Genuchten M. Th. A Dual-Porosity Model for Simulating the Preferential Movement of Water and Solutes in Structured Porous Media, *Water Resour. Res.*, v. 29, 1993, p. 305.
4. Румынин В. Г. Геомиграционные модели в гидрогеологии. — СПб.: Наука, 2011. — 1160 с.
5. Havlin S. and Ben-Avraham D. *Adv. Phys.*, v. 36, 1987, p. 695.
6. Bouchaud J.-P. and Georges A. *Phys. Rev.*, v. 195, 1990, p. 127.
7. Isichenko M. B. *Rev. Mod. Phys.*, v. 29, 1992, p. 961.
8. Dentz M., Borgne T.L., Englert A. et al. *J. Contam. Hydrol.*, v. 120—121, 2011, p. 1.
9. Матвеев Л. В. Перенос примеси в трещиновато-пористой среде с сорбцией// ЖЭТФ. — Т. 142, вып. 5 (11). — С. 943—950.
10. Pruess K., Narasimhan F.N. On Fluid Reserves and the Production of Superheated Steam from Fractured, Vapor Dominated Geothermal Reservoirs, *Journal of Geophysical Research*, v. 87, 1982, No B11, pp. 9329—9339.
11. Pruess K. Mechanistic Model for Water Seepage through Thick Unsaturated Zones in Fractured Rocks of Low Matrix Permeability, *Water Resources Research*, v. 35, 1999, No 4, pp. 1039—1051.

Информация об авторах

Васильев Александр Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем безопасного развития атомной энергетики (115191, Москва, ул. Б. Тульская, 52) e-mail: vasil@ibrae.ac.ru.

Кондратенко Петр Сергеевич, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт проблем безопасного развития атомной энергетики (115191 Москва, ул. Б. Тульская, 52) e-mail: kondrat@ibrae.ac.ru.

Матвеев Леонид Владимирович, доктор физико-математических наук, ВРИО директора ИБРАЭ РАН, Институт проблем безопасного развития атомной энергетики (115191 Москва, ул. Б. Тульская, 52) e-mail: matweev@ibrae.ac.ru.

Библиографическое описание данной статьи

Васильев А. Д., Кондратенко П. С., Матвеев Л. В. Неравновесная модель двойной пористости для описания миграции радионуклидов на участке «Енисейский» // Радиоактивные отходы. — 2018. — № 1 (2). — С. 76—88.

NONSTEADY-STATE MODEL OF DOUBLE POROSITY FOR THE CONSIDERATION OF RADIONUCLIDES' MIGRATION AT THE «ENISEYSKII» SITE

A. D. Vasiliev, P. S. Kondratenko, L. V. Matveev

Nuclear Safety Institute of RAS, Moscow, Russian Federation

Article received 7 December 2017

The results of numerical-analytical method development and its application to radionuclides' transport after the safety barriers' destruction in the area of PGZRO at «Eniseyskii» site of massif «Nizhne-Kanskii» are presented in the paper. The analysis includes numerical modeling and analytical asymptotic evaluation on the basis of two-porous medium

model which is supposed to be the most adequate for numerical migration analysis based on hydro-geological conditions of «Eniseyskii» site.

Preliminary estimations (taking into account current information available on key medium parameters) allow to make the conclusion that radionuclides (with low sorption ability) will reach the Enisey river in time of the order $3 \cdot 10^5 \div 1 \cdot 10^6$ years. Correspondingly, this time will be even longer for the radionuclides with high sorption ability by a factor of R where R is the retardation factor due to sorption.

It means that only isotopes with very long decay half-times will reach the environment. This conclusion allows to suppose that the levels of radiation influence on the environment will be insignificant.

Key words: Numerical modelling, analytical model, diffusion, migration of particles, burial of radioactive waste, radionuclides

Acknowledgements

The authors express the deep gratitude to IBRAE associates A. S. Barinov and S. A. Bogatov for materials provided and the fruitful remarks during discussions.

This work was partly supported by the Russian Foundation for basic research (project no. 18-08-01229).

References

1. Otchet po obosnovaniyu bezopasnosti deyatelnosti po razmeshcheniyu i sooruzheniyu ne otnosyashchegosya k yadernym ustanovkam punkta khraneniya RAO, sozdavayemogo v sootvetstvii s proyektnoy dokumentatsiyey na stroitelstvo obyektov okonchatelnoy izolyatsii RAO (Krasnoyarskiy kray, Nizhnekanskiy massiv) v sostave podzemnoy issledovatel'skoy laboratorii. Glava 6. Radiatsionnaya bezopasnost. — Moskva, FGUP "NO RAO", 2015. — S. 6-1—6-382. (In Russian).
2. Barenblatt G. I., Zheltov Yu. P., Kochina I. N. Ob osnovnykh predstavleniyakh teorii filtratsii odnorodnykh zhidkostey v treshchinovatykh porodakh. Prikladnaya matematika i mekhanika, 1960, t. 24, vyp. 5. (In Russian).
3. Gerke H. H., van Genuchten M. Th. A Dual-Porosity Model for Simulating the Preferential Movement of Water and Solutes in Structured Porous Media. Water Resour. Res., v. 29, 1993, p. 305.
4. Rumynin V. G. Geomigratsionnyye modeli v gidrogeologii. — SPb.: Nauka. 2011. — 1160 c. (In Russian).
5. Havlin S. and Ben-Avraham D. Adv. Phys., v. 36. 1987. p. 695.
6. Bouchaud J.-P. and Georges A. Phys. Rev., v. 195, 1990, p. 127.
7. Isichenko M. B. Rev. Mod. Phys., v. 29, 1992, p. 961.
8. Dentz M., Borgne T. L., Englert A. et al. J. Contam. Hydrol., v. 120-121, 2011, p. 1.
9. Matveyev L. V. Perenos primesi v treshchinovatoristoy srede s sorbtsiyey. ZhETF, t. 142, vyp. 5 (11), s. 943—950.
10. Pruess K., Narasimhan F. N. On Fluid Reserves and the Production of Superheated Steam from Fractured Vapor Dominated Geothermal Reservoirs. Journal of Geophysical Research, v. 87, 1982, No B11, pp. 9329—9339.
11. Pruess K. A Mechanistic Model for Water Seepage through Thick Unsaturated Zones in Fractured Rocks of Low Matrix Permeability. Water Resources Research., v. 35, 1999, No 4, pp. 1039—1051.

Information about the authors

Vasiliev Alexander Dmitrievich, Ph.D., senior research associate, Nuclear Safety Institute of RAS (52, Bolshaya Tulsкая st., Moscow, Russia, 115191), e-mail: vasil@ibrae.ac.ru.

Kondratenko Petr Sergeevich, Professor, head of laboratory, Nuclear Safety Institute of RAS (52, Bolshaya Tulsкая st., Moscow, Russia, 115191), e-mail: kondrat@ibrae.ac.ru.

Matveev Leonid Vladimirovich, Professor, acting director, Nuclear Safety Institute of RAS (52, Bolshaya Tulsкая st., Moscow, Russia, 115191), e-mail: matveev@ibrae.ac.ru.

Bibliographic description

Vasiliev A. D., Kondratenko P. S., Matveev L. V. Nonsteady-state Model of Double Porosity for the Consideration of Radionuclides' Migration at the «Eniseyskii» Site. Radioactive Waste, 2018, no 1 (2), pp. 76—88 (In Russian).